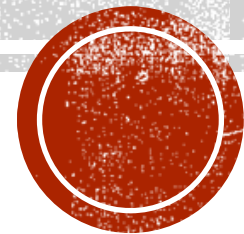


# KWADRATISCHE FUNCTIES

Ontbinden in factoren



# BEGRIPPEN

## Som

De som van twee getallen betekend deze bij elkaar optellen.

De som van 5 en 10 is  $5 + 10 = 15$ .

De som van 12 en  $3\frac{3}{4}$  is  $12 + 3\frac{3}{4} = 15\frac{3}{4}$

De som van  $5x$  en  $6x$  is  $5x + 6x = 11x$

De som van  $12x$  en  $3x^2$  is  $12x + 3x^2 = 3x^2 + 12$  →

$x^2$  en  $x$  kunnen niet bij elkaar opgeteld worden, omdat zij niet dezelfde soort termen zijn



# BEGRIPPEN

## Product

Het product van twee getallen betekend deze vermenigvuldigen met elkaar.

Het product van 3 en 8 is  $3 \cdot 8 = 24$ .

Het product van 5 en  $\frac{1}{2}$  is  $5 \cdot \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$

Het product van  $x$  en  $3x$  is  $x \cdot 3x = 3x^2$

Het product van  $2x$  en  $3y$  is  $2x \cdot 3y = 6xy$



# BEGRIPPEN

## **Gemene deler**

Getallen die deelbaar zijn door hetzelfde getal hebben een gemene deler.

Gemene deler 8 en 12 is 4, want  $8 = 4 \cdot 4$  en  $12 = 4 \cdot 3$ .

Gemene deler 9 en 6 is 3, want  $9 = 3 \cdot 3$  en  $6 = 3 \cdot 2$

Gemene deler  $6x^2$  en  $4x$  is  $2x$ , want  $6x^2 = 2x \cdot 3x$  en  $4x = 2x \cdot 2$



# HAAKJES UITWERKEN

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Voorbeelden:

- $5(x + 3) = 5x + 15$
- $x(x - 3) = x^2 - 3x$
- $(x + 2)(x - 3) = x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6$
- $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 5x + 5x - 25 = x^2 - 25$



# TERUGWERKEN NAAR HAAKJES

Mogelijkheid 1:  $a(x + b)$

Stap 1: Zoek naar de gemene deler.

Stap 2: Zet dit getal voor de haakjes.

Stap 3: De getallen in de haakjes zijn de oorspronkelijke getallen delen door wat voor de haakjes staan.

*Voorbeelden:*

$$5x + 10 = 5(x + 2)$$

$$3x^2 + 9x = 3x(x + 3)$$



# TERUGWERKEN NAAR HAAKJES

Mogelijkheid 2:  $(x + c)(x + d)$

Gegeven is  $x^2 + ax + b$

Stap 1: Maak gebruik van de product-sommethode. Teken de tabel.

Product van b	Som is a

Stap 2: Kies twee getallen wat keer elkaar b is. Vul deze in de tabel.  
Tel deze getallen bij elkaar op en vul deze in bij som.

Stap 3: Wanneer twee getallen gevonden zijn die als som het getal a hebben, kunnen de twee getallen ingevuld worden bij c en d.



# TERUGWERKEN NAAR HAAKJES

Mogelijkheid 2:  $(x + c)(x + d)$

*Voorbeeld:*

$$x^2 + 7x + 10$$

Product van 10		Som is 7
1	10	11
-2	-5	-7
2	5	7

De getallen 2 en 5 komen tussen de haakjes te staan.

Dus:  $x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$





# TERUGWERKEN NAAR HAAKJES

Mogelijkheid 2:  $(x + c)(x + d)$

*Voorbeeld:*

$$x^2 + 3x - 18$$

Product van -18		Som is 3
2	9	11
3	6	18
-3	6	3

De getallen -3 en 6 komen tussen de haakjes te staan.

Dus:  $x^2 + 3x - 18 = (x - 3)(x + 6)$



# TERUGWERKEN NAAR HAAKJES

Mogelijkheid 2:  $(x + c)(x + d)$

*Speciaal geval!*

$x^2 - a$  is te herschrijven naar  $(x + c)(x + d)$ .

In dit geval zal het zijn:  $(x + \sqrt{a})(x - \sqrt{a})$

*Voorbeelden:*

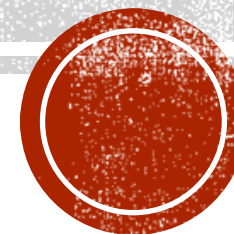
$$x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$$

$$x^2 - 36 = (x + 6)(x - 6)$$



# KWADRATISCHE FUNCTIES

Kwadraat afsplitsen



# KWADRAAT AFSPLITSSEN

Techniek:

$ax^2 + bx + c$  omschrijven naar  $a(x + p)^2 + q$



# SITUATIE 1: $a = 1$

Wanneer  $a = 1$  gebruiken we de volgende vuistregels:

$$x^2 + 2bx + b^2 = (x + b)^2$$

$$x^2 - 2bx + b^2 = (x - b)^2$$

$$x^2 + 2bx = (x + b)^2 - b^2$$

$$x^2 - 2bx = (x - b)^2 - b^2$$

Deze regels helpen bij het kwadraat afsplitsen.



# SITUATIE 1: $a = 1$

Voorbeeld 1: De  $c$  in  $ax^2 + bx + c$  komt overeen met  $b^2$  in de vuistregels  
*Splits van  $y = x^2 + 6x + 9$  een kwadraat af.*

In dit geval is  $b = 3$ , want  
 $x^2 + 2 \cdot 3 \cdot x + 3^2$

$$\begin{array}{l} x^2 + 2bx + b^2 = (x + b)^2 \\ x^2 - 2bx + b^2 = (x - b)^2 \end{array}$$

We kunnen de formule als volgt herschrijven:  
 $y = x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$



# SITUATIE 1: $a = 1$

## Voorbeeld 2: Er is geen $b^2$ aanwezig

*Splits van  $y = x^2 + 4x$  het kwadraat af.*

Er is geen  $b^2$  aanwezig, maar we kunnen wel kwadraat afsplitsen. Uiteindelijk zullen we de  $b^2$  aftrekken na het kwadraat afsplitsen.

$$x^2 + 4x = x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x$$

In dit geval is  $b = 2$ . Om een kwadraat af te kunnen splitsen, zal er een  $b^2$  toegevoegd moeten worden. Maar omdat er in de oorspronkelijke formule geen  $b^2$  staat, halen we deze er van af.

$$\begin{aligned} x^2 + 4x &= x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x \\ &= x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 - 2^2 \\ &= (x^2 + 4x + 2^2) - 2^2 \\ &= (x + 2)^2 - 4 \end{aligned}$$

$$(+2^2 - 2^2 = 0)$$

$$(x^2 + 4x + 2 = (x + 2)^2)$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2bx &= (x + b)^2 - b^2 \\ x^2 - 2bx &= (x - b)^2 - b^2 \end{aligned}$$



# SITUATIE 1: $a = 1$

Voorbeeld 3: de  $c$  in  $ax^2 + bx + c$  is geen  $b^2$  in  $x^2 + 2bx + b^2$

*Splits van  $y = x^2 + 36x + 10$  een kwadraat af.*

$$x^2 + 36x + 10 = x^2 + 2 \cdot 18 \cdot x$$

In dit geval is  $b = 18$ . Het kwadraat hiervan zal toegevoegd en afgetrokken moeten worden zoals voorgaand voorbeeld.

Het zal er als volgt uitzien.

$$\begin{aligned}x^2 + 36x + 10 &= x^2 + 2 \cdot 18 \cdot x \\&= x^2 + 2 \cdot 18 \cdot x + 18^2 - 18^2 + 10 \\&= (x^2 + 36x + 18^2) - 18^2 + 10 \\&= (x + 18)^2 - 324 + 10 \\&= (x + 18)^2 - 314\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 + 2bx &= (x + b)^2 - b^2 \\x^2 - 2bx &= (x - b)^2 - b^2\end{aligned}$$

$$(+18^2 - 18^2 = 0)$$

$$(-18^2 + 10 = -324 + 10 = -314)$$





# SITUATIE 2: $a \neq 1$

In dit geval zoeken we eerst naar de gemene deler, zodat we alsnog naar de  $b$  kunnen zoeken.

Voorbeeld:

*Splits van  $y = 5x^2 + 10x - 3$  een kwadraat af.*

$$\begin{aligned} 5x^2 + 10x - 3 &= 5(x^2 + 2x) - 3 \\ &= 5(x^2 + 2 \cdot 1 \cdot x) - 3 \\ &= 5(x^2 + 2 \cdot 1 \cdot x + 1^2 - 1^2) - 3 \\ &= 5((x + 1)^2 - 1) - 3 \\ &= 5(x + 1)^2 - 5 - 3 \\ &= 5(x + 1)^2 - 8 \end{aligned}$$

(de  $-3$  houden we buiten de haakjes. Zo zijn er geen breuken)

$$\begin{aligned} x^2 + 2 \cdot 1 \cdot x + 1^2 \\ &= x^2 + 2x + 1 \\ &= (x + 1)(x + 1) \\ &= (x + 1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2bx &= (x + b)^2 - b^2 \\ x^2 - 2bx &= (x - b)^2 - b^2 \end{aligned}$$



# SITUATIE 2: $a \neq 1$

## Snelle techniek

$$ax^2 + bx + c = a(x + p)^2 + q$$

$$ax^2 + bx + c = ax^2 + 2apx + ap^2 + q$$

*Hieruit volgt:*

$$a = a ; b = 2ap ; c = ap^2 + q$$

Herschrijven leidt tot:

$$a = a ; p = \frac{b}{2a} ; q = c - \frac{b^2}{4a}$$

Eindresultaat:

$$y = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$$

Hiermee kan in een keer een formule met de vorm  $y = ax^2 + bx + c$  herschreven worden naar de vorm  $y = a(x + p)^2 + q$

