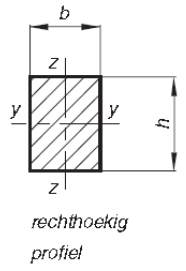
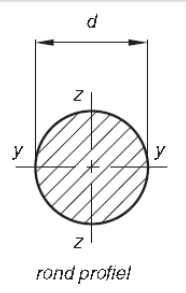
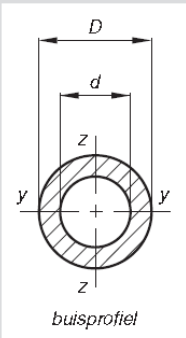


Onderdeel: "Buiging": Traagheidsmoment en Weerstandsmoment.

😊 Even wat opfrissen: 😊

Standaard formules traagheidsmoment en weerstandsmoment tegen buiging.

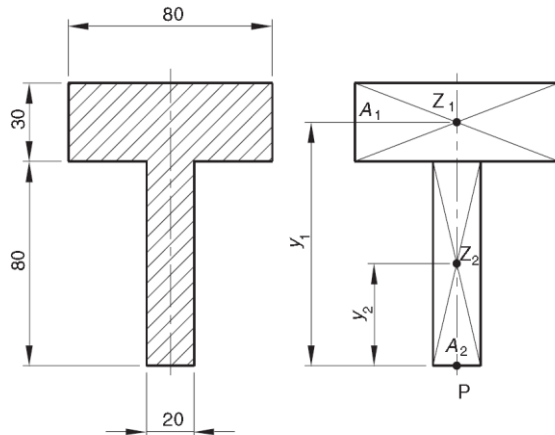
profiel- doorsnede	traagheidsmomenten		weerstandsmomenten	
	$I_y$ (mm <sup>4</sup> )	$I_z$ (mm <sup>4</sup> )	$W_y$ (mm <sup>3</sup> )	$W_z$ (mm <sup>3</sup> )
 <p>rechthoekig profiel</p>	$\frac{1}{12} \cdot b \cdot b^3$	$\frac{1}{12} \cdot b^3 \cdot b$	$\frac{1}{6} \cdot b \cdot b^2$	$\frac{1}{6} \cdot b^2 \cdot b$
 <p>rond profiel</p>	$\frac{\pi}{64} \cdot d^4$	$\frac{\pi}{64} \cdot d^4$	$\frac{\pi}{32} \cdot d^3$	$\frac{\pi}{32} \cdot d^3$
 <p>buisprofiel</p>	$\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$	$\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$	$\frac{\pi}{32} \left( \frac{D^4 - d^4}{D} \right)$	$\frac{\pi}{32} \left( \frac{D^4 - d^4}{D} \right)$
	benadering: $0,05 \cdot d^4$		benadering: $0,1 \cdot d^3$	
	benadering: $0,05(D^4 - d^4)$		benadering: $0,1 \left( \frac{D^4 - d^4}{D} \right)$	

Als jouw constructie geen standaardprofiel is zoals boven in de tabel dan moet je de constructie opdelen in delen:

Nu volgt een voorbeeld:

## Voorbeeldberekening van het traagheidsmoment en weerstandsmoment:

### 😊 Voorbeeld: Een T-balk. 😊



Stappenplan voor het weerstandsmoment tegen buigen te berekenen:

- 1 Zwaartepunt berekenen,
- 2 Traagheidsmoment berekenen,
- 3 Weerstandsmoment berekenen.

Stap 1: Het zwaartepunt berekenen via het oppervlaktemoment:

Deel 1	Breedte $b = 80$ mm	Hoogte $h = 30$ mm	Zwaartepuntafstand $Y_1 = 95$ mm	Oppervlakte $A_1 = 2400$ mm <sup>2</sup>	Oppervlaktemoment $A_1 * y_1 = 228000$ mm <sup>3</sup>
Deel 2	Breedte $b = 20$ mm	Hoogte $h = 80$ mm	Zwaartepuntafstand $Y_2 = 40$ mm	Oppervlakte $A_2 = 1600$ mm <sup>2</sup>	Oppervlaktemoment $A_2 * y_2 = 64000$ mm <sup>3</sup>
Totaal				4000 mm <sup>2</sup>	292000 mm <sup>3</sup>

De zwaartepuntsafstand t.o.v. de y-richting is nu:  $292000 \text{ mm}^3 / 4000 \text{ mm}^2 = 73 \text{ mm}$

Als vergelijking:  $2400 \text{ mm}^2 \times 95 \text{ mm} + 1600 \text{ mm}^2 \times 40 \text{ mm} = 4000 \text{ mm}^2 \times e_1 \rightarrow e_1 = 73 \text{ mm} \rightarrow e_1$  is de zwaartepuntsafstand, ook wel genoemd de vezelafstand.

Stap 2: Het traagheidsmoment berekenen:

De situatie: De T-balk is verdeeld in 2 delen.  
 De zwaartepuntsafstand t.o.v. de y-y richting is 73 mm = de vezelafstand  $e_1$

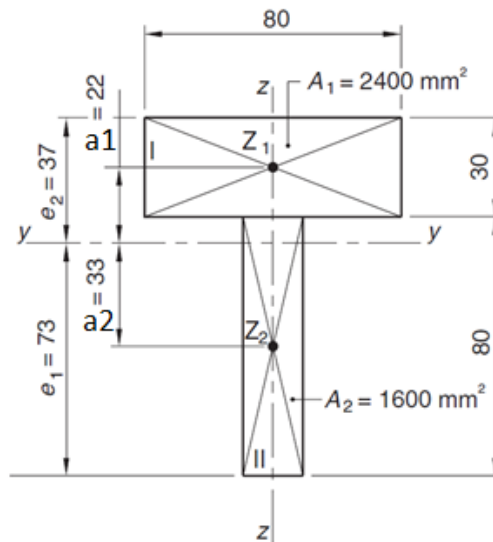
De eigen traagheidsmomenten:  
 Voor een rechthoek geldt dat je het traagheidsmoment kunt berekenen met de formule:

$$I_1 = 1/12 * b * h^3 \rightarrow \text{deel 1}$$

$$1/12 * 80 * 30^3 = 180.000 \text{ mm}^4$$

$$I_2 = 1/12 * b * h^3 \rightarrow \text{deel 2}$$

$$1/12 * 20 * 80^3 = 853.333,33 \text{ mm}^4$$



Omdat het zwaartepunt van deel 1 en het zwaartepunt van deel 2 niet op gelijke hoogte liggen met het zwaartepunt van de T-balk zijn er verschuivingen.

De verschuivingsfactor van deel 1, dit noemen we  $a_1 = y_1 - e_1 \rightarrow 95 \text{ mm} - 73 \text{ mm} = 22 \text{ mm}$ .

De verschuivingsfactor van deel 2, dit noemen we  $a_2 = e_1 - y_2 \rightarrow 73 \text{ mm} - 40 \text{ mm} = 33 \text{ mm}$ .

De verschuivingsregel van Steiner zegt dat je bij het eigen traagheidsmoment een verschuiving moet optellen. Deze verschuiving is het product van  $a$  met het oppervlak  $A$   
 $\rightarrow$  de verschuiving =  $a^2 \cdot A$

Voor deel 1 is de verschuiving  $22^2 * 2400 = 1.161.600 \text{ mm}^4$

Voor deel 2 is de verschuiving  $33^2 * 1600 = 1.742.400 \text{ mm}^4$

Hiermee komt het totale traagheidsmoment van de T-balk op :

$$I_{\text{totaal}} = 180.000 \text{ mm}^4 + 853.333,33 \text{ mm}^4 + 1.161.600 \text{ mm}^4 + 1.742.400 \text{ mm}^4 = 3.937.333,33 \text{ mm}^4$$

Voor het weerstandsmoment geldt nu de formule:

$$W_b = \frac{I}{e} \rightarrow W_b = 3.937.333,33 \text{ mm}^4 / 73 \text{ mm} = 53.936,07 \text{ mm}^3$$

In een Excel-tabel:

	Breedte	Hoogte	Oppervlak	Zwaartepunt afstand	Oppervlakte moment	verschuivings faktor	Eigen traagheidsmoment	Verschuiving $a^2 \cdot A$	Traagheidsmoment
	b in mm	h in mm	A in mm <sup>2</sup>	y in mm	$A \cdot y$ in mm <sup>3</sup>	a in mm	I eigen in mm <sup>4</sup>	in mm <sup>4</sup>	I-totaal in mm <sup>4</sup>
Deel 1	80,00	30,00	2400,00	95,00	228000,00	22,00	180000,00	1161600,00	1341600,00
Deel 2	20,00	80,00	1600,00	40,00	64000,00	33,00	853333,33	1742400,00	2595733,33
			4000,00		292000,00				3937333,33
				Zwaartepunt in mm					I totaal in mm <sup>4</sup>
				73,00					

Samengevat:

Voor de buigspanning geldt:  $\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} \rightarrow$  waarbij  $\sigma_b$  staat in  $\text{N}/\text{mm}^2$ , het buigend moment  $M_b$  in  $\text{Nmm}$  en het weerstandsmoment tegen buigen  $W_b$  in  $\text{mm}^3$

Verder geldt:  $W_b = \frac{I}{e}$  waarbij  $I$  het traagheidsmoment is in  $\text{mm}^4$  en  $e$  is de vezelafstand in  $\text{mm}$ .

Dus bij een samengesteld profiel is het eerst nodig het zwaartepunt te bepalen.

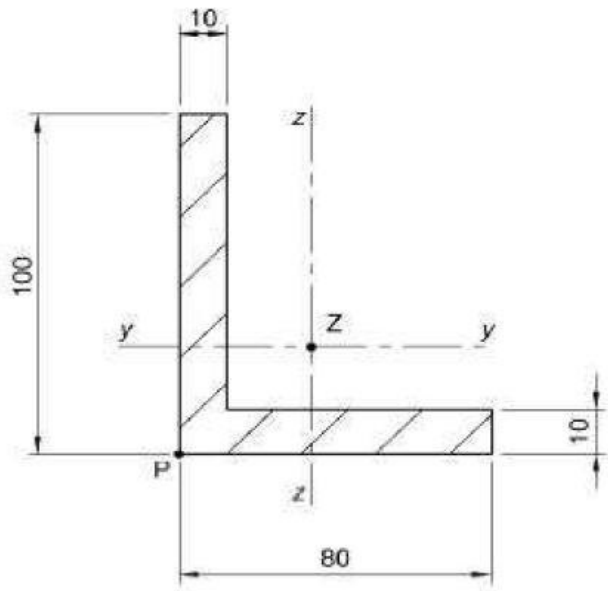
Het traagheidsmoment  $I = I_{\text{eigen}} + \text{verschuivingsfactor}$ .

De verschuivingsfactor =  $a^2 \cdot A$  volgens Steiner.

Voorbeeld:

Gegeven een hoekprofiel.

Bereken de coördinaten van het zwaartepunt. Bereken de traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting en de z-z richting.



Uitwerking op het volgende blad. Eerst zelf maken.

In de y-y richting:

	<b>Breedte</b>	<b>Hoogte</b>	<b>Oppervlak</b>	<b>Zwaartepunt afstand</b>
<b>mm</b>	b	h	A	y
<b>Deel 1</b>	10	100	1000	50
<b>Deel 2</b>	70	10	700	5

**Zwaartepunt**  
31,47058824

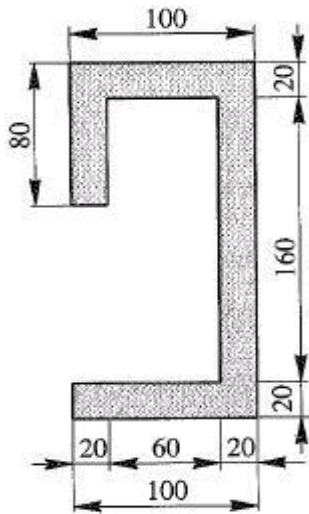
<b>A*y</b>	<b>verschuivings faktor</b>	<b>Eigen traagheidsmoment</b>	<b>Verschuiving a<sup>2</sup>*A</b>	<b>Traagheidsmoment</b>
	a	I eigen		I
50000	18,52941176	833333,3333	343339,1003	1176672,434
3500	26,47058824	5833,333333	490484,4291	496317,7624

**I totaal**  
1672990,196

Het weerstandsmoment vind je door het traagheidsmoment te delen door de grootste vezelafstand.

$$W = 1672990,196 / (100 - 31,47) = 24412,53 \text{ mm}^3$$

Voorbeeld: Gegeven een "Half" koker profiel.  
Bereken de hoogte van het zwaartepunt t.o.v. de grond.  
Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment.



Uitwerking op volgend blad. Eerst zelf maken!

Uitwerking:

	<b>Breedte</b>	<b>Hoogte</b>	<b>Oppervlak</b>	<b>Zwaartepunt afstand</b>	<b>A*y</b>
<b>mm</b>	b	h	A	y	
<b>Deel 1</b>	80	20	1600	10	16000
<b>Deel 2</b>	20	200	4000	100	400000
<b>Deel 3</b>	60	20	1200	190	228000
<b>Deel 4</b>	20	80	1600	160	256000

**Zwaartepunt**

107,1428571

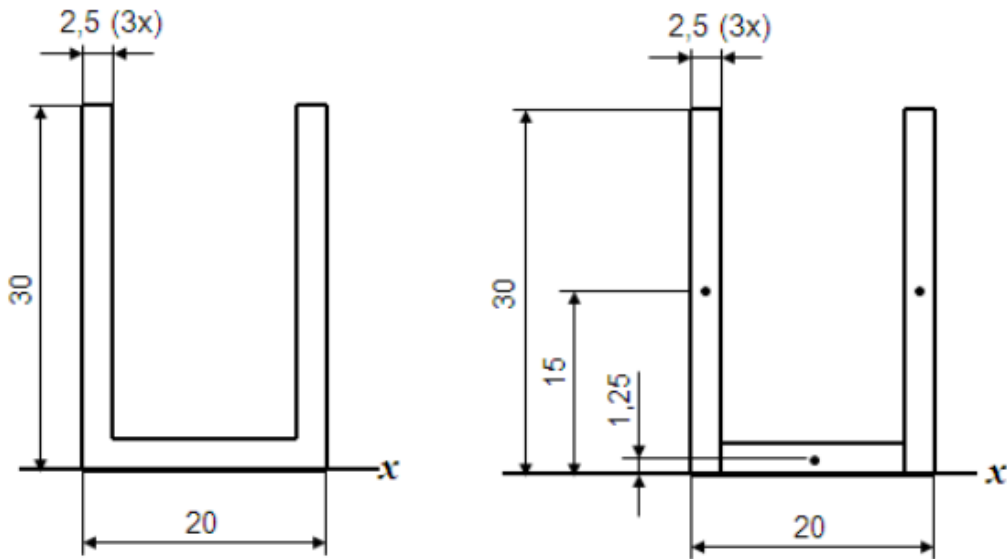
<b>verschuivings faktor</b>	<b>Eigen traagheidsmoment</b>	<b>Verschuiving a<sup>2</sup>*A</b>	<b>Traagheidsmoment</b>
a	I eigen		I
97,14285714	53333,33333	15098775,51	15152108,84
7,142857143	13333333,33	204081,6327	13537414,97
82,85714286	40000	8238367,347	8278367,347
52,85714286	853333,3333	4470204,082	5323537,415

**I totaal**

42291428,57

Nog een voorbeeld:

Verdeel de figuur in drie delen en geef per deel het eigen zwaartepunt aan.



Zwaartepunt bepalen:

	<i>Breedte</i>	<i>Hoogte</i>	<i>Oppervlak</i>	<i>Zwaartepunt afstand</i>	<i>A*y</i>
	b	h	A	y	
<b>Deel 1</b>	2,5	30	75	15	1125
<b>Deel 2</b>	15	2,5	37,5	1,25	46,875
<b>Deel 3</b>	2,5	30	75	15	1125
<b>Totaal</b>			187,5		2296,875
				<b>Zwaartepunt</b>	12,25



## Het traagheidsmoment

	Breedte	Hoogte	Oppervl	Zwaartepunt	A*y	verschuivings	Eigen	Verschuiving	Traagheidsmoment
	b	h	A	y		faktor	traagheidsmoment	X <sup>2</sup> * A	I
<b>Deel 1</b>	2,5	30	75	15	1125	2,75	5625	567,1875	6192,1875
<b>Deel 2</b>	15	2,5	37,5	1,25	46,875	11	19,53125	4537,5	4557,03125
<b>Deel 3</b>	2,5	30	75	15	1125	2,75	5625	567,1875	6192,1875
	Totaal		187,5		2296,88				<b>I totaal</b>
									16941,40625
				<b>Zwaartepunt</b>	12,25				

Tabel gemaakt met Excel.

Opmerking: in de bovenste tabel hebben ze voor de verschuivingsfactor de letter x gebruikt. Het eigen traagheidsmoment per deel bereken je met de formule:

$$I_1 = 1/12 * b * h^3 \rightarrow \text{deel 1}$$

$$1/12 * 2,5 * 30^3 = 5625 \text{ mm}^4$$

$$I_2 = 1/12 * b * h^3 \rightarrow \text{deel 2}$$

$$1/12 * 15 * 2,5^3 = 19,53125 \text{ mm}^4$$

$$I_3 = 1/12 * b * h^3 \rightarrow \text{deel 3}$$

$$1/12 * 2,5 * 30^3 = 5625 \text{ mm}^4$$

De verschuiving bereken je per deel met de formule: verschuiving<sup>2</sup> x Oppervlakte  
In de tabel is dit x<sup>2</sup> \* A → Zelf narekenen.

Het totale traagheidsmoment is de som van alle eigen traagheidsmomenten en alle verschuivingen.

Opdrachten:

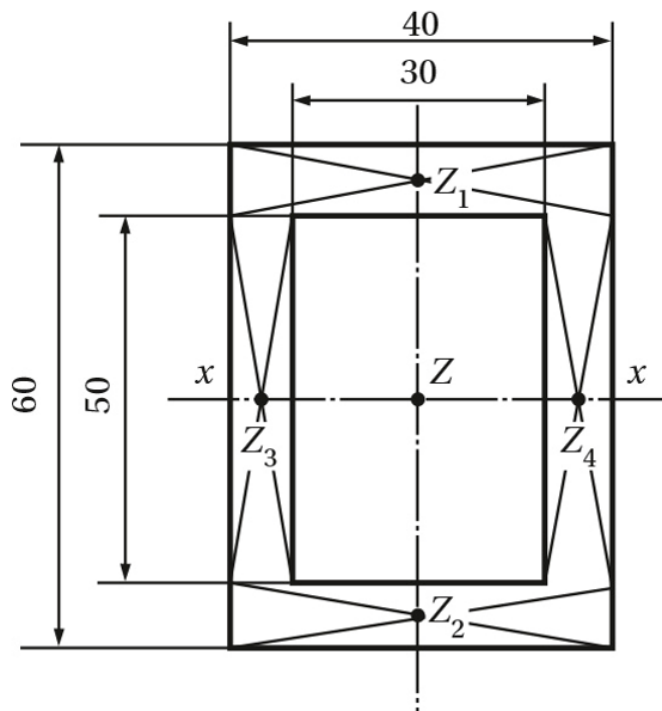
Opdracht 1 (Koker)

Bereken het traagheidsmoment op twee verschillende manieren in de Z-Z richting.

Manier 1 → Opdelen in 2 delen.

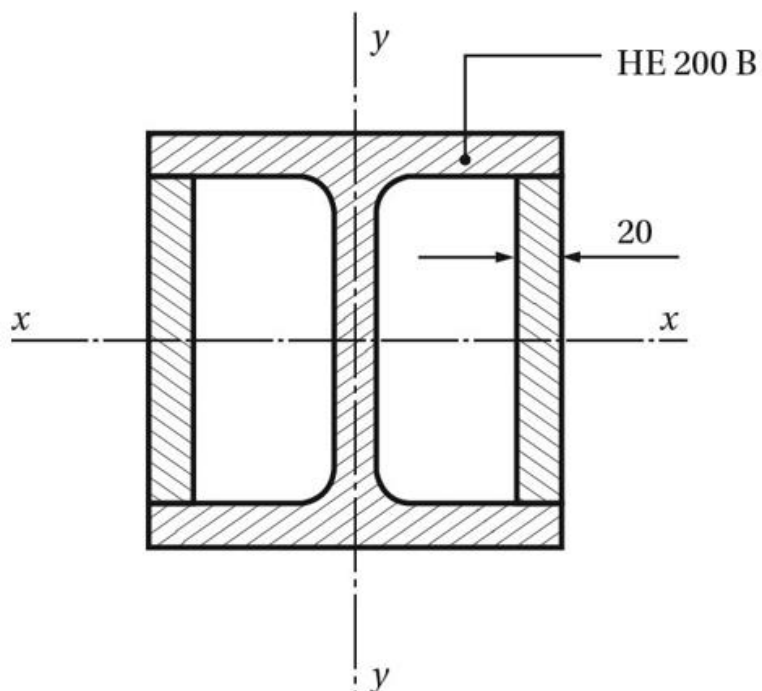
Manier 2 → Opdelen in 4 delen.

Bereken het weerstandsmoment.



Opdracht 2 (Kolom)

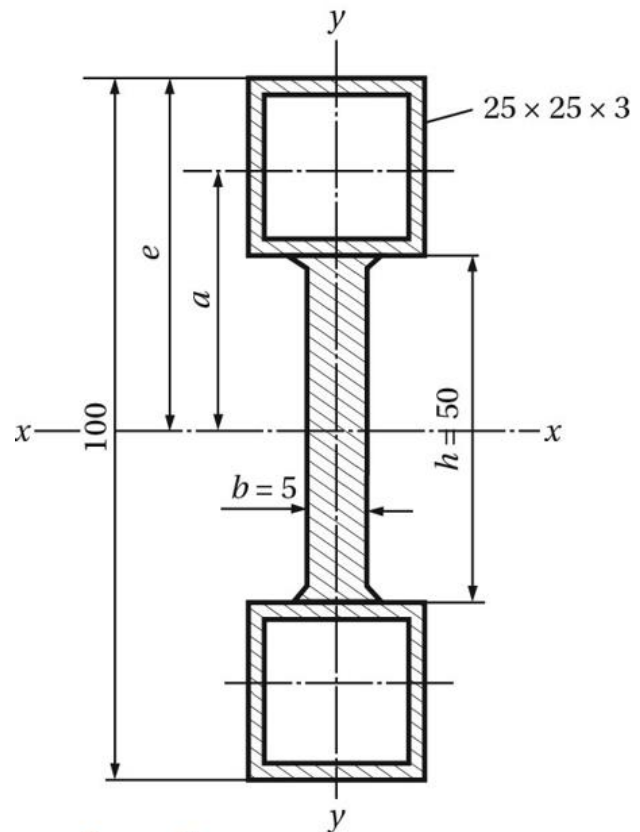
Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting en x-x richting. Let op wanneer je de verschuivingsstelling moet gebruiken!



### Opdracht 3 (I balk)

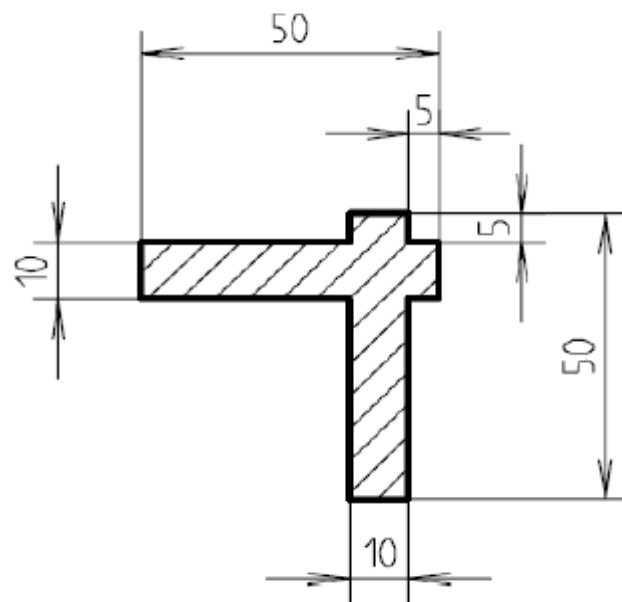
Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting en x-x richting.

Afrondingen mag je verwaarlozen.



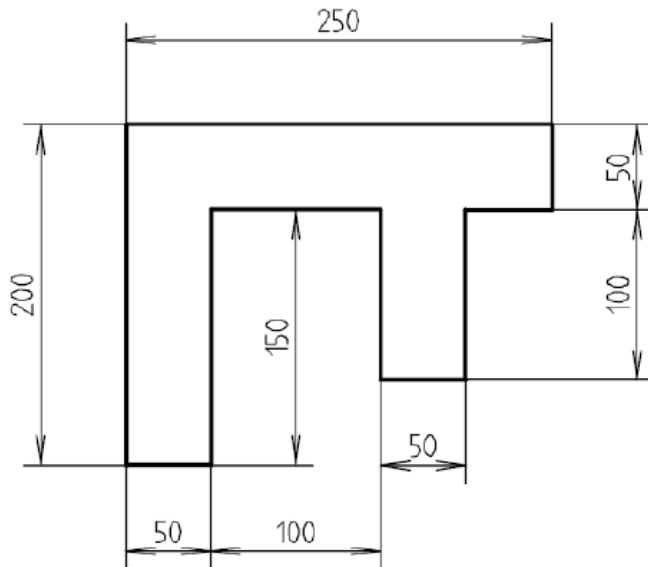
### Opdracht 4 (Hoekstuk)

Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting en x-x richting.



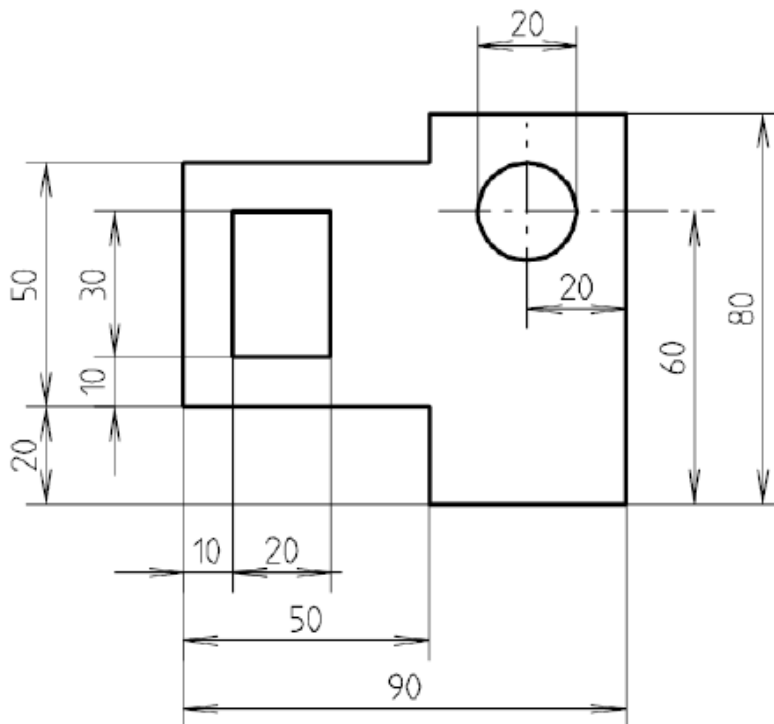
### Opdracht 5 (Letterprofiel)

Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting en x-x richting.



### Opdracht 6 (Plaat met gat en sleuf)

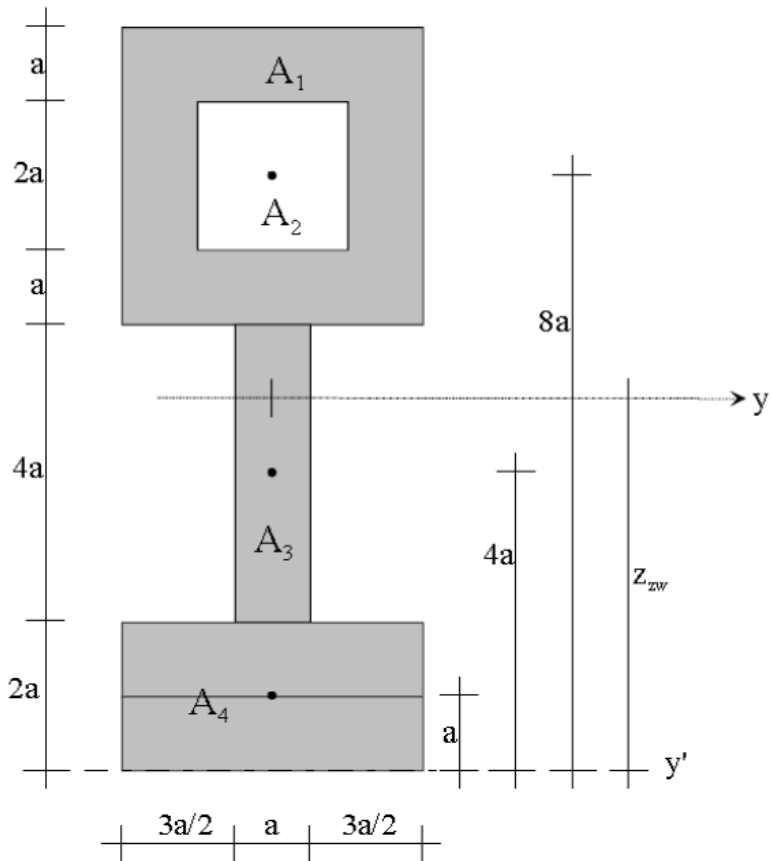
Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting en x-x richting.



### Opdracht 7

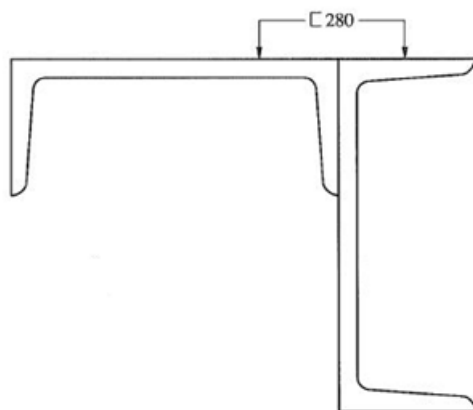
Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting.

Neem  $a = 50$



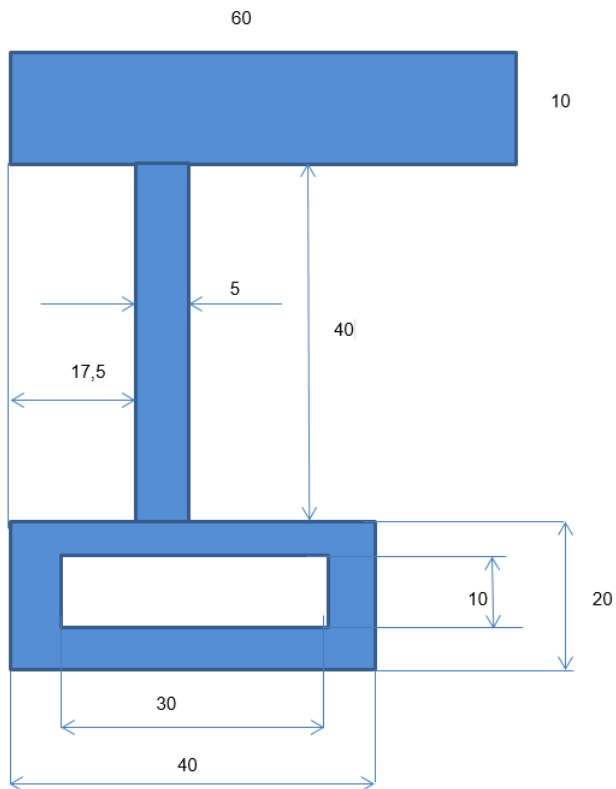
### Opdracht 8

Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting en x-x richting.



### Opdracht 9

Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting.



### Opdracht 10

Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting.

