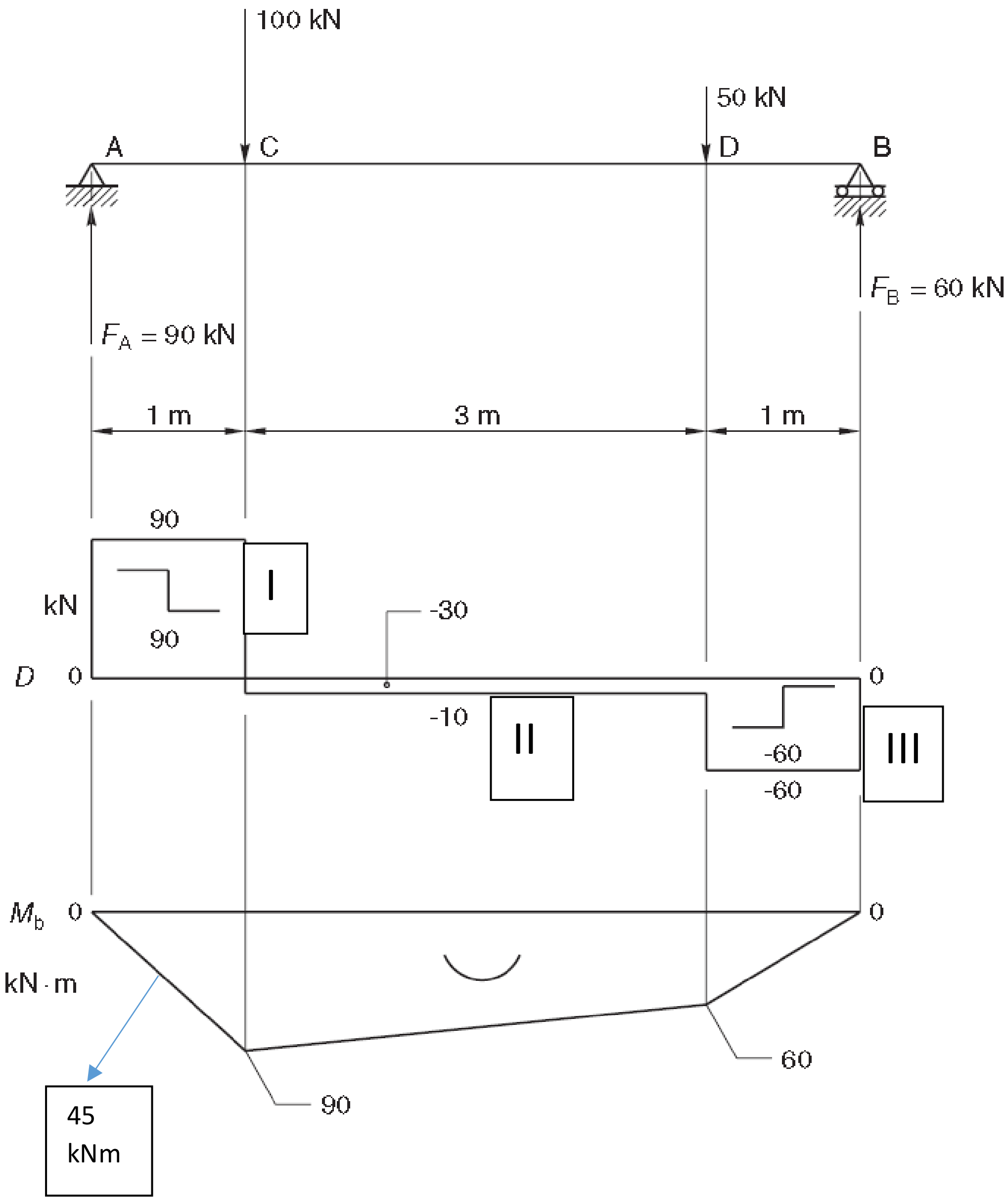
Voorbeeld 1 Integreren in de techniek:



Zie de dwarskrachtenlijn:

Oppervlakte deel I → 90 kN * 1m = 90 kNm. → een positief moment

Oppervlakte deel II → 10 kN * 3m = 30 kNm. → een negatief moment

Oppervlakte deel III → 60 kN * 1m = 60 kNm. → een negatief moment.

Als je de momenten optelt is het totale moment 0 kNm.

Dus evenwicht op de balk.

Op [0, 0.5 m] is de oppervlakte onder de D-lijn: 90 kN * 0,5m = 45 kNm.
Op [0, 1 m] is de oppervlakte onder de D-lijn: 90 kN * 1m = 90 kNm.

Nu m.b.v. de wiskunde:

Op interval [0,1] meter kun je de grafiek van de D-lijn schrijven als

f(x) = 90

De oppervlakte op het interval [0,1] meter is nu : $\int_0^1 90\ dx$

F(x) = 90x + C (C = een constante die bij het differentiëren wegvalt)

Op [0,1] meter is $[90x + C]_0^1$= (90 + C)-(0 + C) = 90

De praktische betekenis is een buigend moment van 90 kNm.

Op interval [1,4] meter kun je de grafiek van de D-lijn schrijven als

f(x) = -10

De oppervlakte op het interval [1,4] meter is nu : $\int_1^4 -10\ dx$

F(x) = -10x + C (C = een constante die bij het differentiëren wegvalt)

Op [1,4] meter is $[-10x + C]_1^4$= (-40 + C) - (-10+ C) = -30

De praktische betekenis is een buigend moment van -30 kNm.

Het totale moment op het interval [0,4] meter is 90 – 30 = 60 kNm.

Op interval [4,5] meter kun je de grafiek van de D-lijn schrijven als

f(x) = -60

De oppervlakte op het interval [4,5] meter is nu : $\int_4^5 -60dx$

F(x) = -60x + C (C = een constante die bij het differentiëren wegvalt)

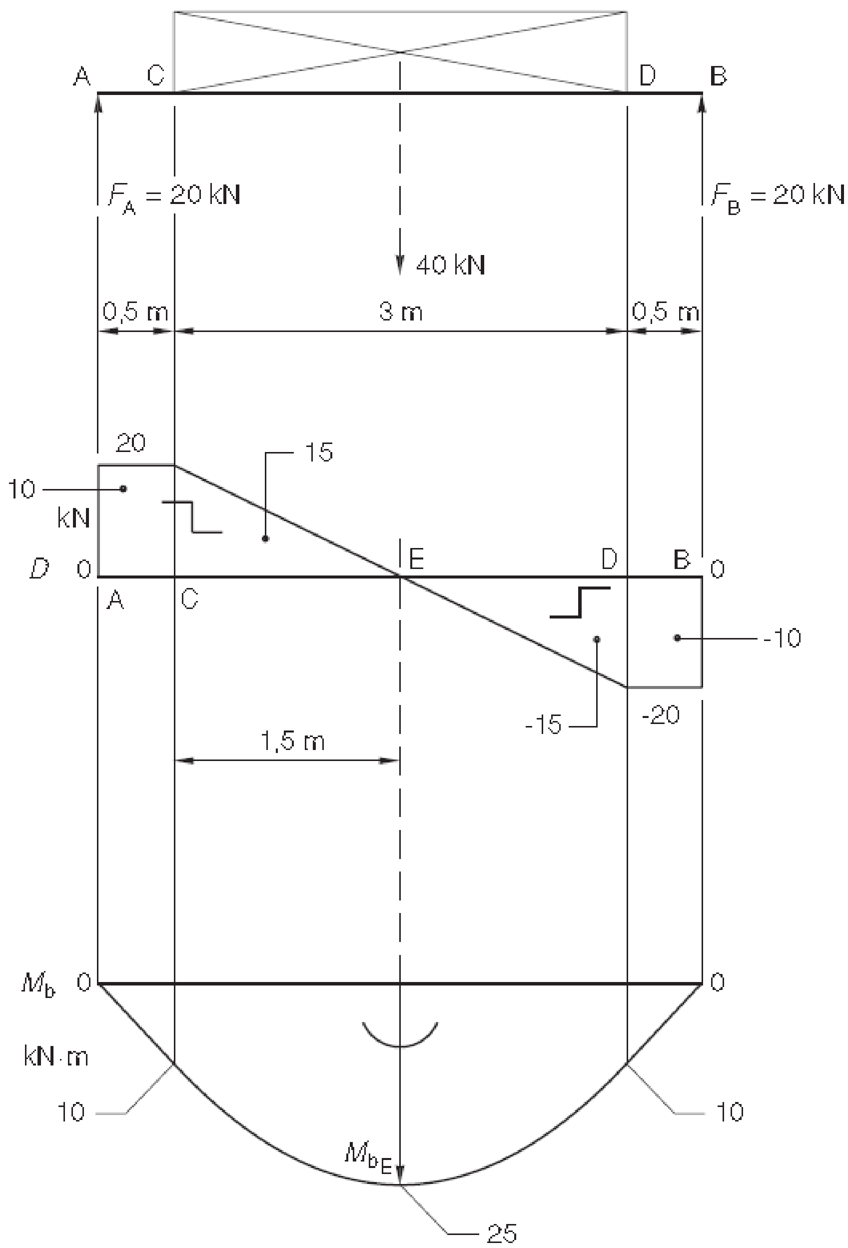
Op [4,5] meter is $[-60x + C]_4^5$= (-300 + C) - (-240 + C) = -60

De praktische betekenis is een buigend moment van -60 kNm.

Het totale moment op het interval [0,5] meter is 90 – 30 -60 = 0 kNm.

Voorbeeld 2

Zie een balk met een gelijkmatige belasting.



De balk heeft een eigen gewicht van 40 kN over een lengte van 3 meter.

Dat betekent: q = 40 kn / 3 m = $13^1/_3$ kN/m

De oppervlakte onder de D-lijn op het interval [0,5 , 2} meter = 15
(20 kN *1,5 m / 2)
Oftewel er is een buigend moment van 15 kNm.

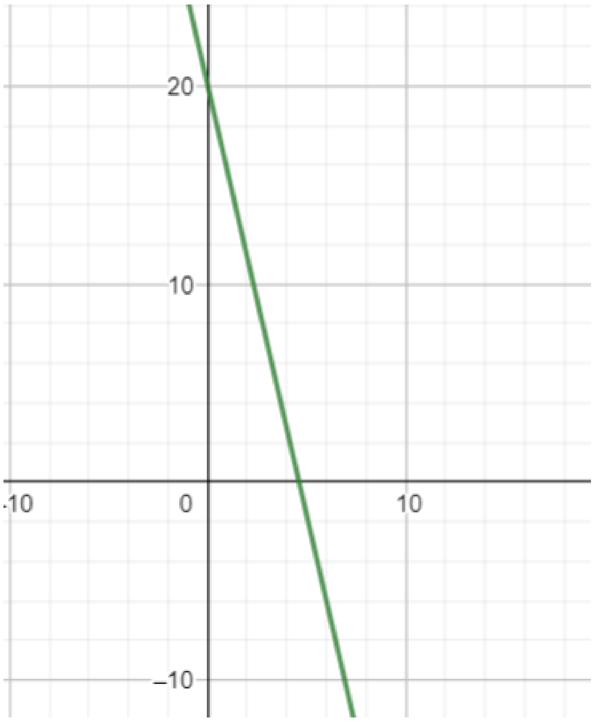
De schuine lijn begint op een hoogte van 20 kN en zakt met $13^1/_3$ kN/m

De wiskundige functie is dan: $f(x) = 20 - 13^1/_3\, x$

De oppervlakte op het interval [0, 1,5] meter is nu $\int_0^{1,5} 20 - 13\frac{1}{3}x$

(De y-as ligt op dit moment bij op 0,5 meter.)

$F(x) = 20x - 6^2/_3 x^2$



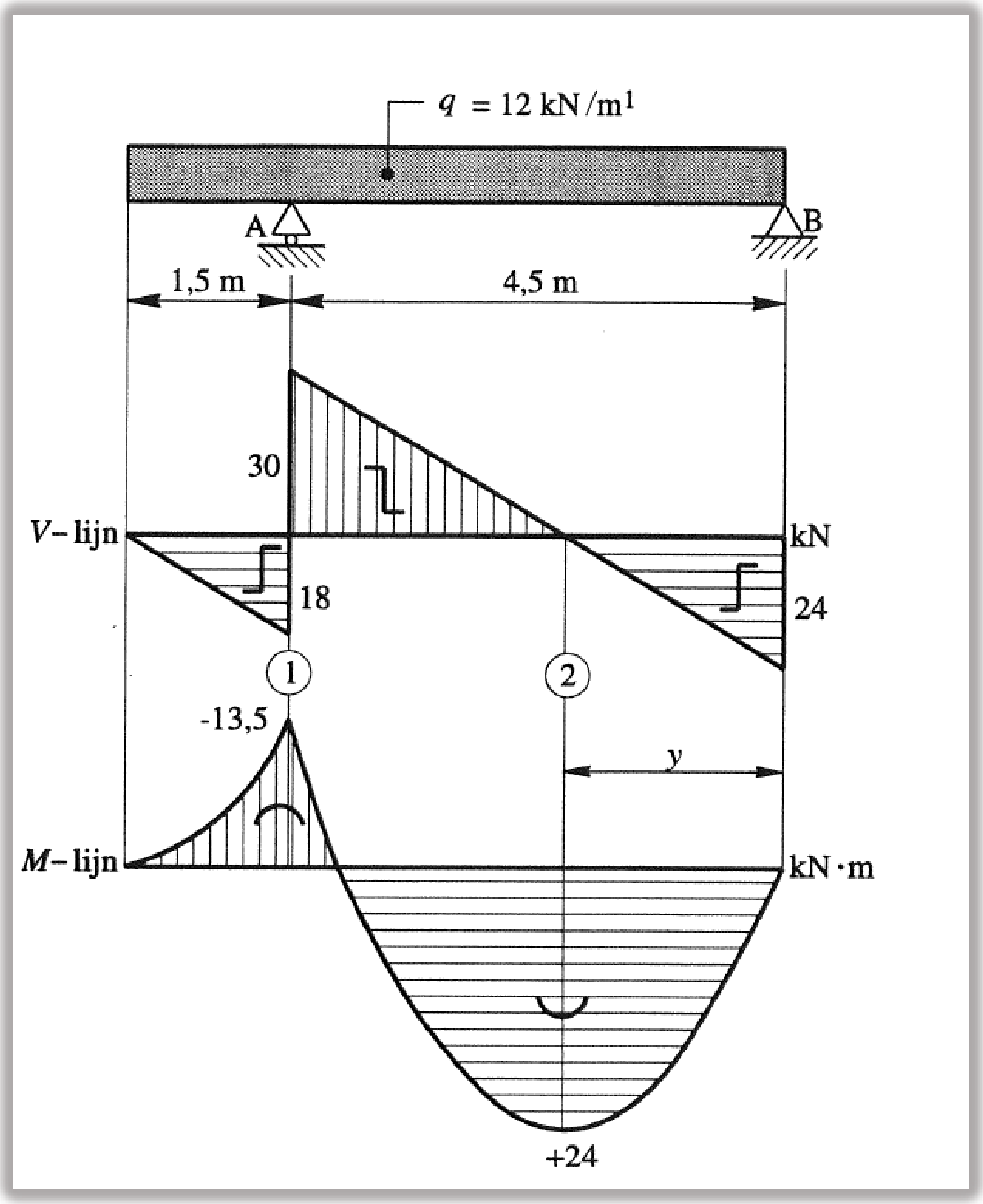
De oppervlakte op [0, 1,5] meter = $\left[20x - 6\frac{2}{3}x^2\right]_0^{1,5}$

= (30 - 15) – (0) = 15 → Dus een buigend moment van 15 kNm.

Op het interval [0,3] meter = $\left[20x - 6\frac{2}{3}x^2\right]_0^{3}$

=(60 – 60) – (0) = 0 → dus een buigend moment van 0 kNm.

Nu zelf:



Voor deel 1: f(x) = - 12x

Integreren: F(x) = - 6x² + C

Oppervlakte: $[-6x^2 + C]_0^{1,5}$ = [-13,5 + C] – 0 = -13.5

Dus een buigend moment van 13,5 kNm.

Nu deel 2 →

Nu zelf: (Deel 2 →oppervlakte = $[0{,}75x - \frac{1}{2}x^2]_0^{0{,}75}$)