Voorbeeldexamen DE3 K0205

OPGAVEN

Vooraf.
In onderstaand voorbeeldexamen wordt gebruik gemaakt van de functienotatie. Advies om studenten hierop voor te bereiden.

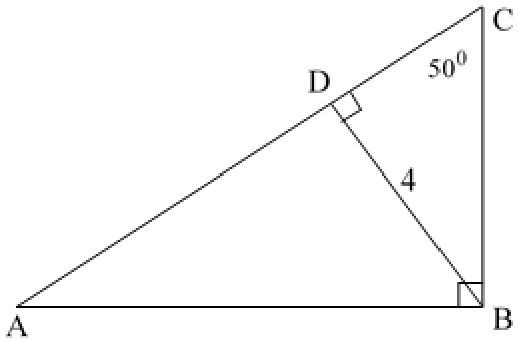
Opgave 1 (2pt)

Van de hiernaast gegeven afbeelding is gegeven:

Driehoek ABC is rechthoekig.
Lijnstuk BD staat loodrecht op lijnstuk AC.
Hoek DCB is gelijk aan 50^0

Gevraagd:

Bereken de lengte van zijde BC.
Bereken de lengte van zijde AB.



Opgave 2 (3pt)

Stel het functievoorschrift op (+ uitleg) van de parabool f met de volgende gegevens:

- De x-coördinaat van de top is gelijk aan 3
- Snijpunt x-as: (5,0)
- Snijpunt y-as: (0,10)

Dus f(x) = ….

Opgave 3 (1pt)

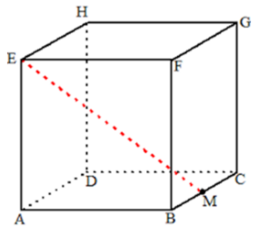
Laat zien met behulp van de eenheidscirkel (hoek tussen 0° en 180°):

$$\cos(224°) = \cos(\ ...)$$

Opgave 4 (2pt)

Van kubus ABCD.EFGH met ribbe 4 is M het midden van BC.

Bereken EM

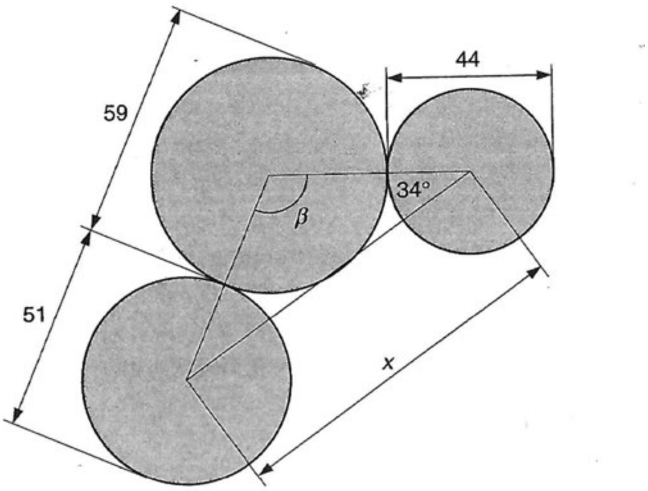


Opgave 5 (2pt)

In nevenstaande figuur zie je een drietal cirkels die elkaar raken.

Diameters van de cirkels zijn resp. 51, 59 en 44 cm.

Bereken hoek β.



Opgave 6 (2pt)

Stel de vergelijking op van de lijn die gaat door (13, -20) en die evenwijdig loopt met de lijn

$$y + 3x + 10 = 0$$

Opgave 7 (2pt)

Gegeven de functie

$f(x) = \frac{1}{3}x^6 - 3x$

Welke transformaties (horizontaal- en/of verticaal verschuiven en/of verticaal vermenigvuldigen) moeten worden toegepast op de grafiek van deze functie om vervolgens de grafiek van de volgende functie te krijgen

$$f(x) = \frac{1}{3}(x+5)^6 - 3(x+5) + 1$$

Opgave 8 (4pt)

Het bedrijf Telfort heeft bijgehouden hoeveel mobieltjes er in een bepaald jaar onder haar klanten aanwezig waren, en ook hoeveel gesprekken er in dat jaar met die mobieltjes gevoerd werden. Dat leverde de volgende tabel:

jaar	aantal mobieltjes	aantal gesprekken
1985	240	6022
1990	709	20270
1995	2095	68225
2000	6191	229627

Men ontdekte dat voor het aantal mobieltjes (M) het volgende functievoorschrift geldt: $M(t) = 240 \cdot 1{,}242^t$
Hierin is t de tijd in jaren met $t = 0$ voor het jaar 1985.

a. Laat duidelijk zien, hoe je het getal 1,242 uit het functievoorschrift met behulp van de tabel zou kunnen berekenen. Leg eerst duidelijk uit, hoe uit de tabel volgt, dat de groei van het aantal mobieltjes exponentieel is.

b. Bereken de tijd, die nodig is om het aantal mobieltjes te verdubbelen

---

Opgave 9 (3pt)

Gegeven het functievoorschrift $f(x) = a \cdot 7^x + b$

a. Bepaal met behulp van onderstaande gegevens de getalwaarden van a en b.
   De horizontale asymptoot is y = 11
   Punt (2,158) ligt op de grafiek van deze functie.
b. Schets de grafiek

Opgave 10 (2pt)

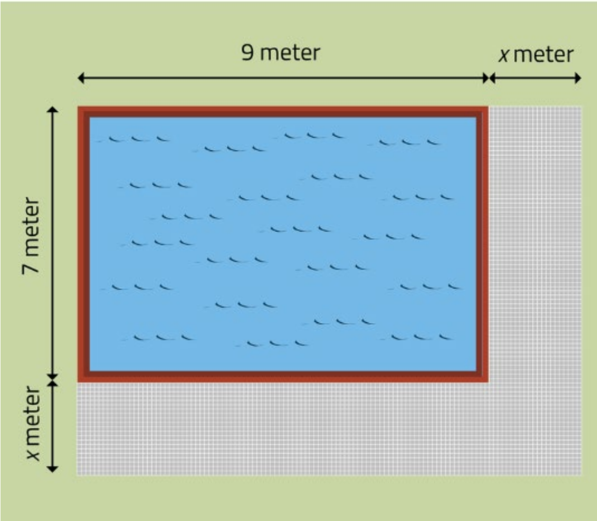
Firma Wissels repareert witgoed aan huis met een uurtarief van € 38,50.
Dit bedrijf berekent ook een voorrijtarief van € 22,50.

a. De reparatie van mijn koelkast duurt 1,5 uur. Hoeveel kost dat bij de firma Wissels?
b. Wat voor een soort verband bestaat er tussen de werktijd in uur (t) en de reparatiekosten (R(t)) bij de firma Wissels? en geef een schets van het verband waarbij R verticaal en t horizontaal is uitgezet.
c. Geef het functievoorschrift R(t) waarmee de reparatiekosten bij de firma Wissels berekend kunnen worden

---

Opgave 11 (3pt)

Rondom een zwembad (7 meter x 9 meter) wil men aan twee zijden een pad leggen, zie nevenstaand figuur.

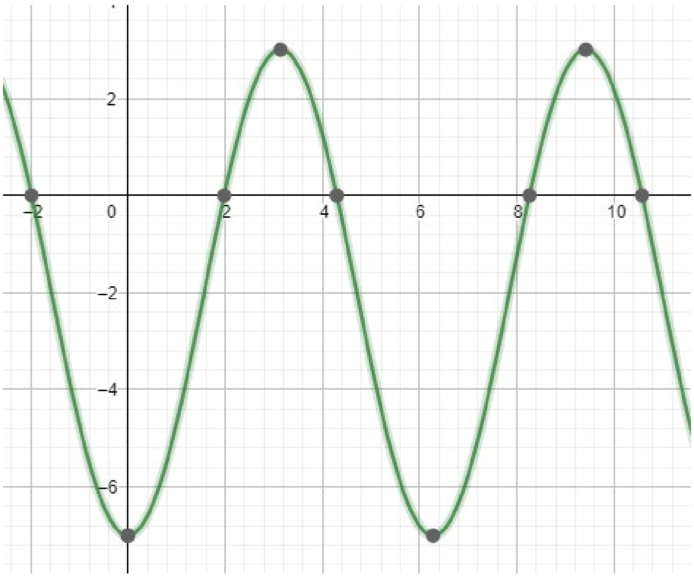


Geef nu het functievoorschrift voor de oppervlakte van het pad (A(x)) waarbij x de breedte van het pad in meter voorstelt.

Dus A(x) = ….

Opgave 12 (3pt)

In nevenstaand f(x) diagram is een grafiek weergegeven.



Bepaal het functievoorschrift van de grafiek.

Dus f(x) = ….

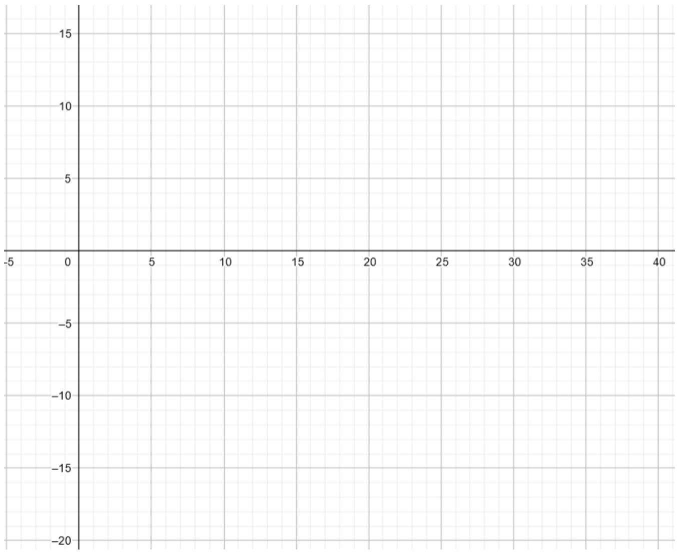
Opgave 13 (4pt)

Gegeven de functies

$$f(x) = {}^7\log(x - 12)$$

$$g(x) = {}^7\log(x - 12) + 12$$

a. Beschikt de functie *f(x)* over extreme waarde(n)? Verwerk in je toelichting ook de schets van de functie *f(x)* in nevenstaand figuur



b. Bereken eventuele snijpunt(en) met de x-as.
c. Heeft functie f(x) een horizontale of verticale asymptoot? En bepaal deze asymptoot
d. Bepaal het interval waarvoor de functie f stijgend is?
e. Geef ook een schets van de functie g(x) in bovenstaande assenstelsel.

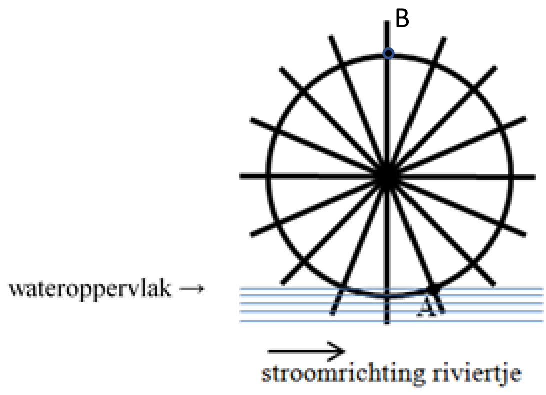
Opgave 14 (1pt)

Laat zien zonder rekenmachine en met behulp van de eenheidscirkel.

sin (1,2 rad) = 0, 93.
Voor welke hoek α (α tussen 0,5π en 2π radialen) geldt: sin α = 0,93

Opgave 15 (4pt)

Een waterrad van een watermolen wordt door stromend water in beweging gebracht. Hierbij wordt stromingsenergie omgezet in mechanische energie.
We bekijken de afstand h tot het wateroppervlak.
Hiernaast de situatie op tijdstip t = 0.
De afstand van punt A en punt B tot het middelpunt van het waterrad is 4 m.



a) Je ziet $h_A = 0$. Bereken h_B

De afstand tot het wateroppervlak wordt voor punt A beschreven met het functievoorschrift $h(t) = 3{,}7 + 4 \cdot \sin\left(\frac{1}{5}\pi t - \frac{3}{8}\pi\right)$, hierbij is $h(t)$ de afstand in m én t de tijd in s.

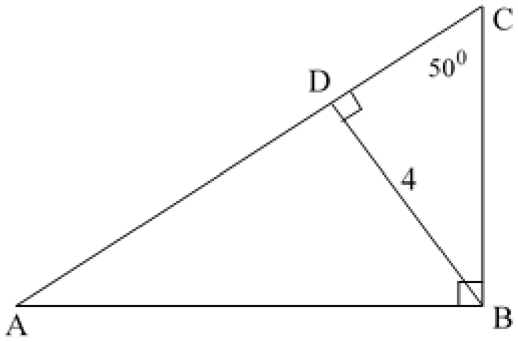
b) Bereken de afstand van punt A tot het wateroppervlak op t = 3 s.
c) Bereken het aantal omwentelingen van het waterrad per minuut
d) Tussen welke twee tijdstippen bevindt punt A zich onder water?

Einde

UITWERKINGEN

Opgave 1 (2pt)

Van de hiernaast gegeven afbeelding is gegeven:



Driehoek ABC is rechthoekig.
Lijnstuk BD staat loodrecht op lijnstuk AC.
Hoek DCB is gelijk aan 50^0

Gevraagd: BC en AB

In driehoek BCD is $\sin(50°) = \frac{4}{BC} \rightarrow BC = \frac{4}{\sin(50°)} = 5{,}2$
1 punt

Hoek BAD is gelijk aan 40°.
In driehoek ABD is nu $\sin(40°) = \frac{4}{AB} \rightarrow AB = \frac{4}{\sin(40°)} = 6{,}2$ 1 punt

---

Opgave 2 (3pt)

Stel het functievoorschrift op (+ uitleg) van de parabool f met de volgende gegevens:

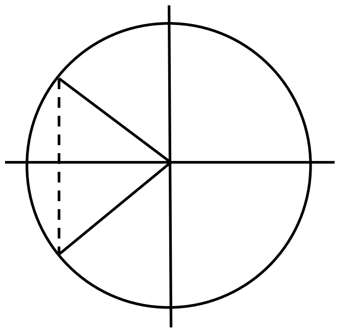
- De x-coördinaat van de top is gelijk aan 3
- Snijpunt x-as: (5,0)
- Snijpunt y-as: (0,10)

Een manier: de lijn x = 3 is symmetrieas → naast (5,0) is ook (1,0) een snijpunt met de x-as
→ f(x) = a(x – 1)(x – 5) 2 punten
(0,10) ligt op de parabool, dus 10 = a(0 – 1)(0 – 5) → a = 2.
Het antwoord is dus: f(x) = 2(x – 1)(x – 5) 1 punt

Opgave 3 (1pt)

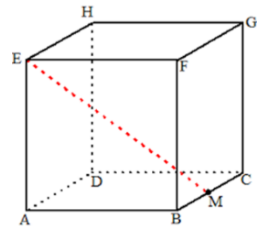
$\cos(224°) = \cos(136°)$ ½ punt

Schets eenheidscirkel ½ punt



Opgave 4 (2pt)

Van kubus ABCD.EFGH met ribbe 4 is M het midden van BC.



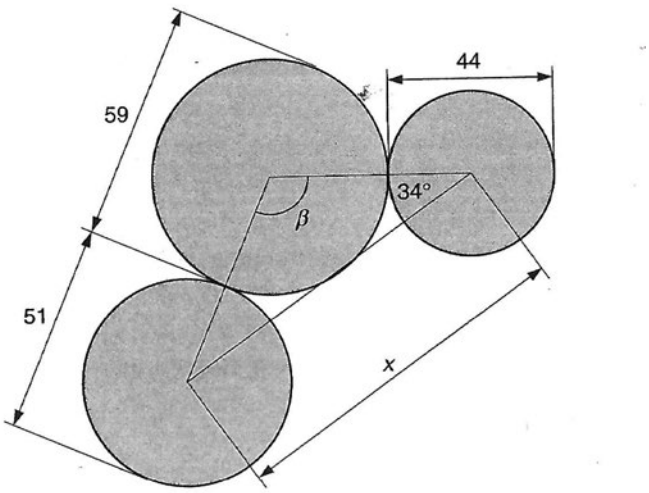
Bereken EM

BM = 2 → In driehoek ABM is AM = $\sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$ 1 punt

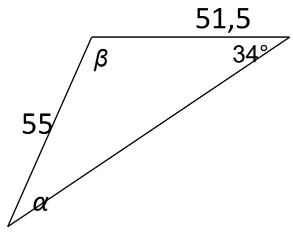
In driehoek AME is EM = $\sqrt{4^2 + \sqrt{20}^2} = 6$ 1 punt

---

Opgave 5 (2pt)



Bekijk de driehoek met de middelpunten als hoekpunten:



$\frac{\sin\alpha}{51{,}5} = \frac{\sin 34°}{55}$ → 1 punt

$\sin\alpha = \frac{51{,}5 \sin 34°}{55} = 0{,}52 \rightarrow \alpha \approx 31{,}6°$ ½ punt

$\beta = 180° - 34° - \alpha \approx 114{,}4°$ ½ punt

Opgave 6 (2pt)

Stel de vergelijking op van de lijn die gaat door (13, -20) en die evenwijdig loopt met de lijn

$y + 3x + 10 = 0 \rightarrow y = -3x - 10 \rightarrow$ de gevraagde lijn heeft de vergelijking $y = -3x + b$.
1 punt

Deze lijn gaat door (13, -20) → $-20 = -3 \cdot 13 + b \rightarrow b = 19$

De gevraagde lijn heeft dus de vergelijking $y = -3x + 19$ 1 punt

---

Opgave 7 (2pt)

$f(x) = \frac{1}{3}x^6 - 3x$, een verschuiving van **5 naar links** geeft

$$f(x) = \tfrac{1}{3}(x+5)^6 - 3(x+5).$$ 1 punt

Vervolgens geeft een verschuiving van **1 omhoog**

$$f(x) = \tfrac{1}{3}(x+5)^6 - 3(x+5) + 1$$ 1 punt

Opgave 8 (4pt)

Het bedrijf Telfort heeft bijgehouden hoeveel mobieltjes er in een bepaald jaar onder haar klanten aanwezig waren, en ook hoeveel gesprekken er in dat jaar met die mobieltjes gevoerd werden. Dat leverde de volgende tabel:

jaar	aantal mobieltjes	aantal gesprekken
1985	240	6022
1990	709	20270
1995	2095	68225
2000	6191	229627

Men ontdekte dat voor het aantal mobieltjes (M) het volgende functievoorschrift geldt: $M(t) = 240 \bullet 1{,}242^t$

Hierin is t de tijd in jaren met $t = 0$ voor het jaar 1985.

a. 709/240 = 2,95, 2095/709 = 2,95 en 6191/2095 = 2,96. ½ punt Hieruit volgt, dat per 5 jaar het aantal mobieltjes nagenoeg met een constante factor toeneemt. De groei van het aantal mobieltjes is dus exponentieel. ½ punt
De groeifactor per 5 jaar is ongeveer 2,95 → de groeifactor per jaar is dan ongeveer $\sqrt[5]{2{,}95} = 1{,}242$ 1 punt

b. Bereken de tijd, die nodig is om het aantal mobieltjes te verdubbelen.
Hiertoe moet $1{,}242^t = 2 \rightarrow t = {}^{1{,}242}\log 2 \approx 3{,}2$ jaar 2 punten

---

Opgave 9 (3pt)

Gegeven het functievoorschrift $f(x) = a \cdot 7^x + b$

a. Bepaal met behulp van onderstaande gegevens de getalwaarden van a en b.

De horizontale asymptoot is y = 11 → b = 11 1 punt

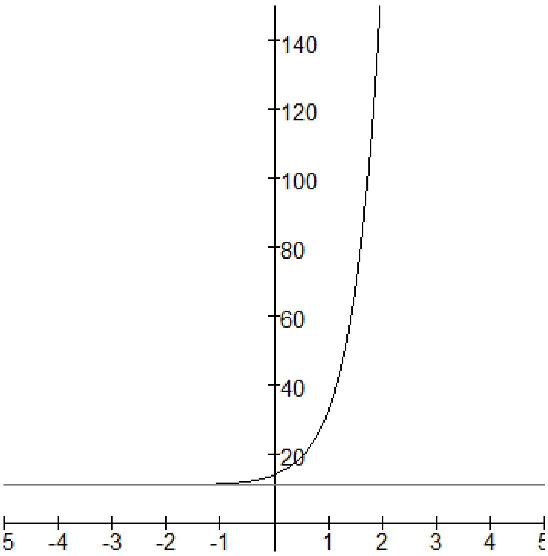
Punt (2,158) ligt op de grafiek van deze functie → $158 = a \cdot 7^2 + 11$

→ $158 = a \cdot 49 + 11$

→ $147 = a \cdot 49$

→ $a = 3$ 1 punt

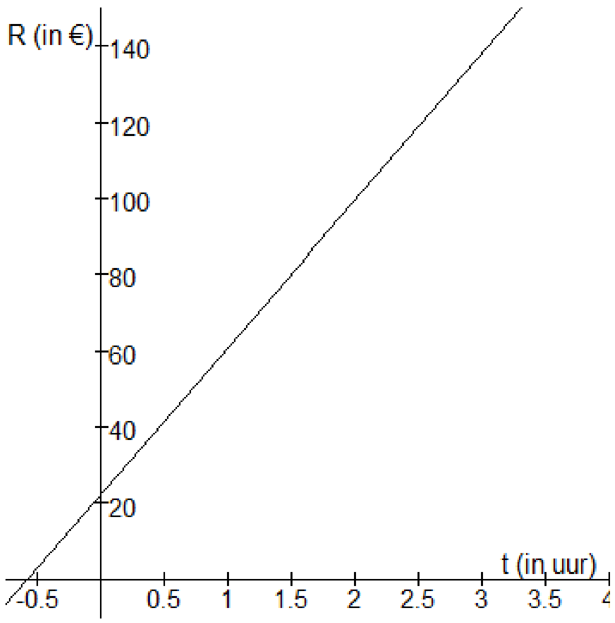
b. Schets de grafiek 1 punt



Opgave 10 (2pt)

Firma Wissels repareert witgoed aan huis met een uurtarief van € 38,50.
Dit bedrijf berekent ook een voorrijtarief van € 22,50.

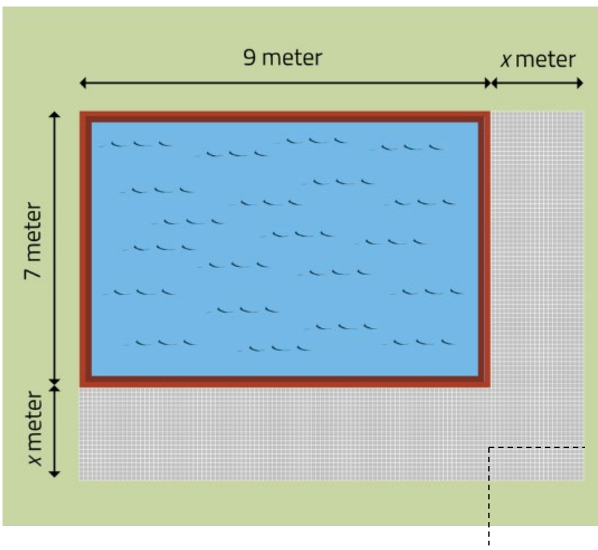
a. R(1,5) = € 38,50 · 1,5 + € 22,50 = € 80,25½ punt
b. Er bestaat een lineair verband tussen de <u>werktijd in uur</u> (t) en de <u>reparatiekosten</u> (R(t)) ½ punt



c. ½ punt
d. R(t) = 38,50 · t + 22,50 ½ punt

Opgave 11 (3pt)

Rondom een zwembad (7 meter x 9 meter) wil men aan twee zijden een pad leggen, zie nevenstaand figuur.

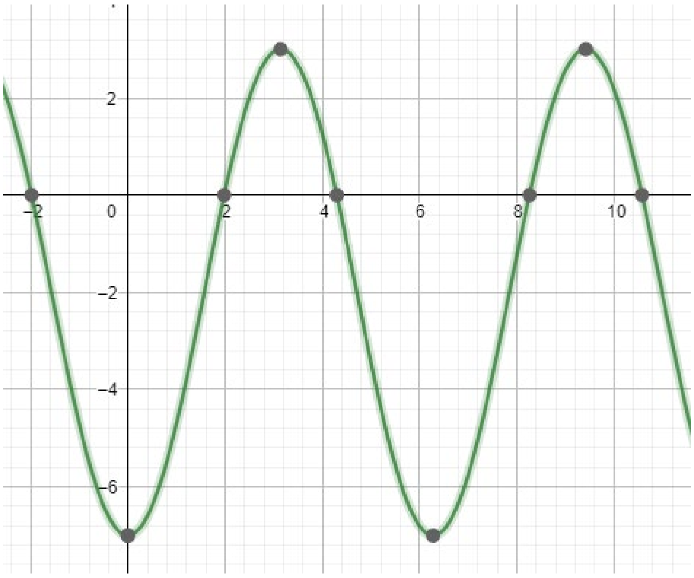


Geef nu het functievoorschrift voor de oppervlakte van het pad (A(x)) waarbij x de breedte van het pad in meter voorstelt.

$A(x) = 7 \cdot x + 9 \cdot x + x \cdot x = 16x + x^2$ 3 punten

Opgave 12 (3pt)

f(x) = c + a·sin(ω·(x + b))



a = amplitude (verticale vermenigvuldiging)
b = horizontale verschuiving
c = verticale verschuiving
ω = hoeksnelheid ($\frac{1}{\omega}$ als horizontale vermenigvuldiging)

f is ontstaan uit g met g(x) = sin(x) via verticaal vermenigvuldigen met 5 → a = 5, ½ punt

≈ $\frac{1}{2}\pi$ naar rechts verschuiven → b = $-\frac{1}{2}\pi$ ½ punt

en 2 omlaag verschuiven → c = –2 ½ punt

periode T = 2π → ω = 1 rad/sec , ½ punt

Gevolg: f(x) = –2 + 5·sin(x – $\frac{1}{2}$π) 1 punt

Opgave 13 (4pt)

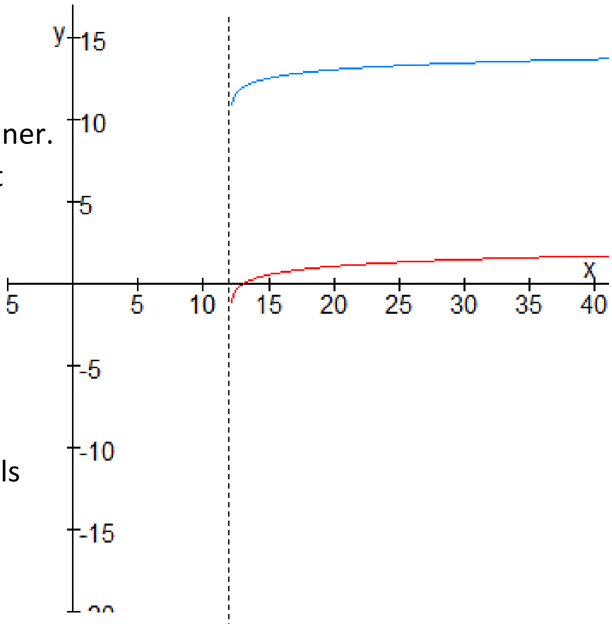
Gegeven de functies

$$f(x) = {}^{7}\log(x-12)$$

$$g(x) = {}^{7}\log(x-12) + 12$$

f. Beschikt de functie *f(x)* over extreme waarde(n)? Neen. De schets van de functie *f(x)* in nevenstaand figuur is rood.

f(x) kan iedere waarde aannemen:
Als x ↓ 12, dan wordt *f(x)* steeds kleiner.
Als x steeds groter wordt, dan wordt *f(x)* steeds groter. 1 punt



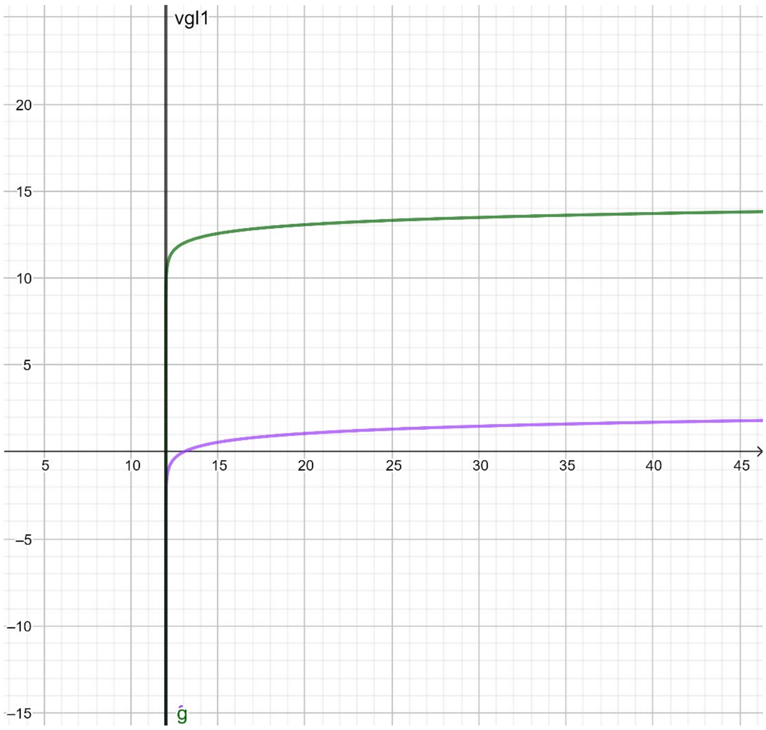
g. *f(x)* = 0 → ${}^{7}\log(x-12) = 0 \rightarrow$
$x - 12 = 7^0 \rightarrow x = 13 \rightarrow$
(13, 0) is het snijpunt met de x-as.
1 punt

h. De functie f(x) heeft de lijn $x = 12$ als verticale asymptoot. ½ punt

i. De functie f stijgt op het interval $< 12, \rightarrow >$. ½ punt

j. De grafiek van *g* (de blauwe) krijgt men, als de grafiek van *f* 12 omhoog wordt verschoven. 1 punt

f paars en g groen.

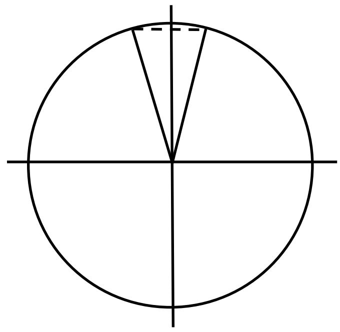


Opgave 14 (1pt)

Laat zien zonder rekenmachine en met behulp van de eenheidscirkel.

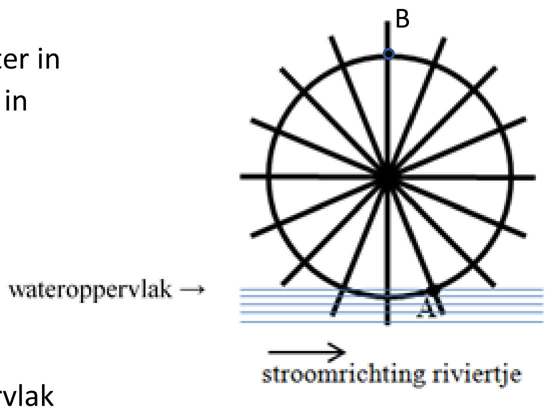
Antwoord:

sin (1,2 rad) = 0,93. ½ punt
Ook sin (π – 1,2 rad) = 0,93 ½ punt



Opgave 15 (4pt)

Een waterrad van een watermolen wordt door stromend water in beweging gebracht. Hierbij wordt stromingsenergie omgezet in mechanische energie.
We bekijken de afstand h tot het wateroppervlak.
Hiernaast de situatie op tijdstip t = 0.
De afstand van punt A en punt B tot het middelpunt van het waterrad is 4 m.



a) h_B = 4 + de afstand van het middelpunt tot het wateroppervlak
= 4 + 4·cos(22,5°) ≈ 7,7 m. 1 punt

b) $h(3) = 3{,}7 + 4 \cdot \sin\left(\frac{1}{5}\pi \cdot 3 - \frac{3}{8}\pi\right)$ ≈ 6,3 m. 1 punt

c) Bereken het aantal omwentelingen van het waterrad per minuut.
$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}\pi} = 10$ s → Het waterrad heeft 6 omwentelingen per minuut 1 punt

d) Eén omwenteling duurt 10 s. Op t = 0 s komt punt A uit het water. Op $t = \frac{14}{16} \cdot 10 = 8{,}75$ s gaat punt A weer onder water. Dus punt A bevindt zich onder water bij 8,75 < t < 10. 1 punt
Ook bij 18,75 < t < 20 enz.