Construeren

assen

Inleiding

Bij het construeren van een machine, apparaat of instrument worden vaak verschillende disciplines uit de techniek met elkaar verweven.

Denk aan windmolens, inpakmachines, maar ook een gelijkstroommotor. Een gelijkstroommotor werkt volgens elektrotechnisch principe, maar wordt opgebouwd uit onderdelen die door mechanische bewerkingen tot stand komen.

Behalve het vervaardigen en monteren van de onderdelen, is zeker het construeren niet onbelangrijk. De diverse onderdelen moeten sterk genoeg zijn om dat te doen wat van ze gevraagd wordt. Daarbij moet de constructie in zijn geheel sterk genoeg zijn: de krachten die erop werken moeten opgenomen kunnen worden.

Bij het ontwerpen van machines krijgen we vaak te maken met een diversiteit aan assen. Deze assen zullen berekend moeten worden op sterkte: de diverse krachten werkend op de assen dienen te worden opgenomen of overgebracht naar een aangesloten werktuig.

In deze module leer je welke type assen er zijn, en hoe de as te dimensioneren.

Inhoud

Draagassen en astappen

Draagassen

Draagassen zijn assen die uitsluitend dienen voor het dragen van roterende machineonderdelen en andere constructieonderdelen.

Draagassen kunnen worden verdeeld in
- vaste of stilstaande assen
- roterende assen

Bij de vaste assen is de as vast bevestigd aan de rest van de constructie. Het roterende machinedeel is draaibaar op de as gemonteerd.
Bij roterende assen zijn de as en het onderdeel dat de draaiing moet krijgen tot een geheel gemonteerd. De as en het onderdeel draaien daardoor samen rond in de rest van de constructie.

De keuze voor een van beide constructiemogelijkheden hangt af van de volgende factoren:
1. *Stilstaande of roterende belasting*
   Een as die stil staat ten opzichte van de belasting, wordt statisch belast. De as wordt daarentegen wisselend belast, wanneer deze draait ten opzichte van de belasting. Wisselende belasting treedt ook op wanneer de kracht draait en de as stil staat.
   Het is daarom het gunstigst als wordt gekozen voor een belasting die stilstaat ten opzichte van de as. Dit is het geval als de belasting en de as beide stilstaan, of als de as en de belasting beide roteren met dezelfde omwentelingssnelheid.

2. *Montagemogelijkheid*
   Afhankelijk van de constructie kan het problemen geven wanneer de as en bijvoorbeeld een wiel, vooraf tot een geheel zijn gemonteerd en zo in de rest van de constructie geplaatst moeten worden.

3. *Mogelijkheid tot plaatsen van lagers.*
   De astap van een stilstaande as kan aanmerkelijk korter zijn dan die van een roterende as. Een draaiende as brengt een andere constructie met zich mee: er moet namelijk een glij- of wentellager gemonteerd kunnen worden.

4. *Mogelijkheid van onderhoud*
   Het punt waar de onderdelen ten opzicht van elkaar draaien, moet goed bereikbaar zijn voor smeren.

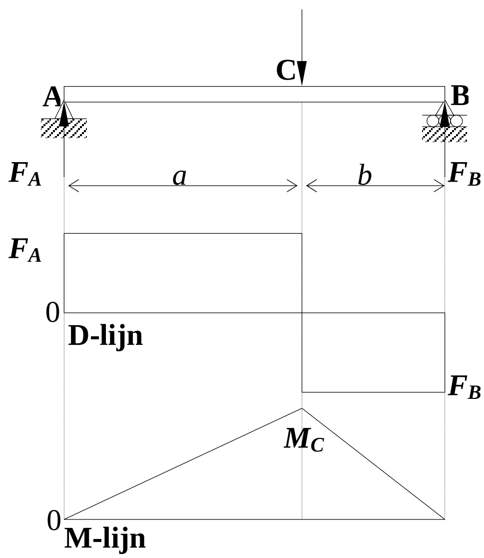
5. *Totale massa die in beweging moet worden gebracht*
   Als een snel roterend onderdeel voortdurend op gang gebracht en afgeremd moet worden, dient de massa beperkt te zijn. Het is dan voordelig als de as niet meedraait.

Enkele eisen die bij het construeren van een draagas met wisselende belasting gesteld worden, zijn de volgende:

1. De as moet zoveel mogelijk dezelfde diameter gegeven worden: machinale bewerkingen blijven hierdoor beperkt. De vereiste diameter wordt bepaald door het buigend moment.
2. Geen plotselinge, scherpe overgangen bij diameterovergang: dit verzwakt de as. Gebruik bij diameterovergangen een zo groot mogelijke afronding of, nog beter, een conische overgang.
3. De as moet goed gebalanceerd zijn, om trillingen te voorkomen.

Draagas berekend op buiging

Een draagas wordt uitsluitend gebruikt voor het dragen van een constructie.
De as zal vanwege de dragende functie alleen op buiging en afschuiving belast worden. Omdat de afschuifbelasting een kleine invloed heeft, kunnen we deze in de berekeningen verwaarlozen.

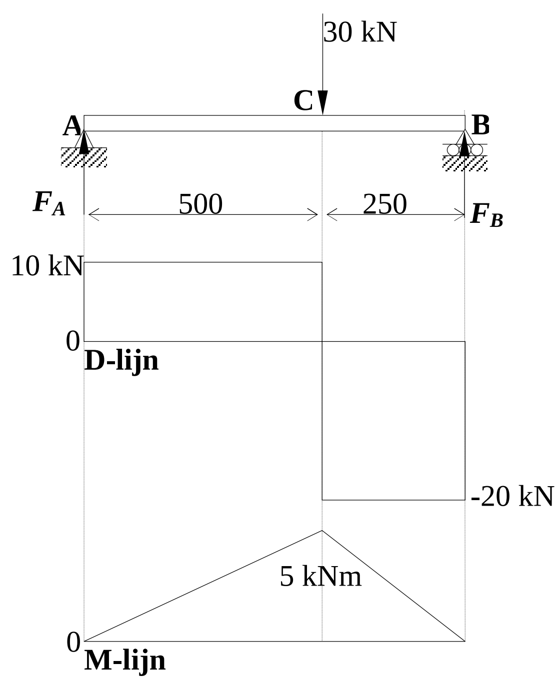


Een draagas kan voorgesteld worden door een balk op twee steunpunten, zoals in de figuur links.
De steunpuntsreacties in A en B kunnen worden berekend met de bekende evenwichtsvoorwaarden.
Als de krachten in de steunpunten A en B bekend zijn en het buigend moment in C bepaald is, kunnen de dwars-krachtenlijn (D-lijn) en de buigende-momentenlijn (M-lijn) getekend worden.
Als de buigende-momentenlijn getekend is, kan de *buigingsformule* worden toegepast:

$$\boxed{\sigma_b = \frac{M_b}{W_b}}$$

Met $W = \frac{\pi}{32}.d^3 \approx 0{,}1.d^3$

Met de buigingsformule kan dan een controle- of een ontwerpberekening worden gemaakt.



Voorbeeld Controleberekening

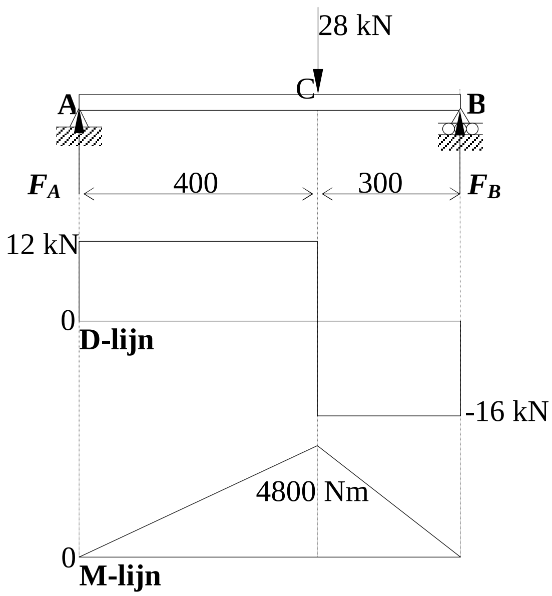
Bereken van het figuur links de optredende buig-spanning in de zwaarst belaste doorsnede. De as heeft over de gehele lengte een diameter van 75 mm. Het materiaal is Fe 490.

Uitwerking
$\Sigma M = 0$ t.o.v. A
geeft: + 30 k N **.** 500 mm - (F_B **.** 750 mm) = 0
dus F_n = + 20 kN

$\Sigma F_y = 0$
geeft dan: F_A = + 10 kN

Het buigend moment in het punt C is gelijk aan het moment dat het rechter asdeel uitoefent op het linker asdeel.
Dus: M_c = 20 000 N **.** 0,25 m = 5000 Nm
Voor de berekening op buiging is alleen de grootte van het (maximum) buigend moment nodig. Of dat moment dan positief of negatief is niet van belang.

$W_b = 0{,}1 \times (75\ mm)^3 = 42\ 187{,}5\ mm^3$
$\sigma_b = 5.10^6 / 42187{,}5 = 118{,}5\ N/mm^2$



Voorbeeld Ontwerpberekening
Bereken van nevenstaande figuur de benodigde asdiameter in de zwaarst belaste doorsnede. De toelaatbare buigspanning in deze as is 50 N/mm^2.

Uitwerking
$\Sigma M = 0$ t.o.v.A geeft:
+ 28 kN **.** 400 mm - (F_B **.** 700 mm) = 0
dus F_B = + 16kN

$\Sigma F_y = 0$ geeft dan: F_A - 28 k N + F_B = 0
F_A = + 12 kN

Het buigend moment in het punt C is gelijk aan het moment dat het rechter asdeel uitoefent op het linker asdeel.
Dus:
M_c = 16 kN **.** 0,3 m = 4 800 Nm

$W_b = 4800 .10^3/50 = 96.10^3\ mm^3$

$96.10^3\ mm^3 = 0{,}1.d^3$

$d \geq 98{,}6$ mm.

Neem d = 100 mm

Samenvatting draagassen

Verdeling van draagassen:

- vaste of stilstaande assen
- roterende assen

Keuze van type draagas hangt af van:

- belasting: stilstaand of roterend
- montagemogelijkheid
- mogelijkheid tot het plaatsen van de lagers
- mogelijkheid van onderhoud
- de massa die moet roteren

Berekening van draagassen:

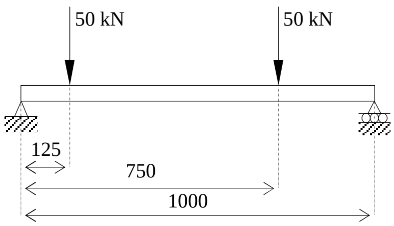
- een D- en een W-lijn tekenen
- de buigingsformule toepassen:

$$\boxed{\sigma_b = \frac{M_b}{W_b}}$$

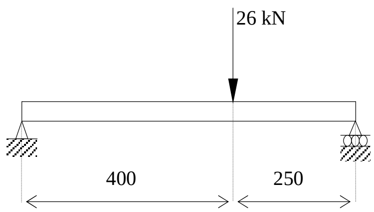
$$W = \frac{\pi}{32}.d^3 \approx 0{,}1.d^3$$

Opgaven draagassen

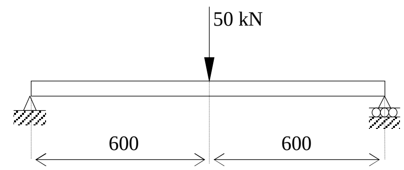
1. Van een draagas is het belastingsschema gegeven in figuur 1. De asdiameter bedraagt over de gehele lengte 100 mm.
   Gevraagd.
   a. De D- en M-lijn van deze draagas.
   b. De maximale optredende buigspanning in de as.



Figuur 1



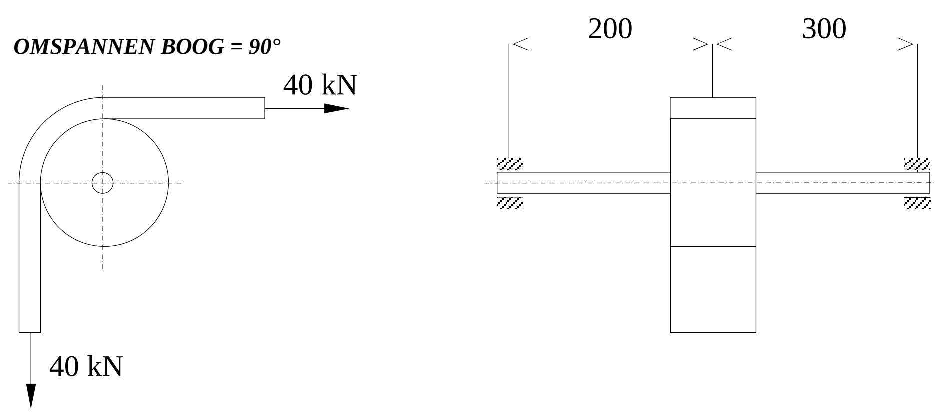
Figuur 2



Figuur 3

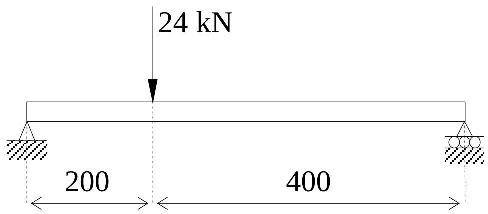
2. Van een draagas is het belastingsschema gegeven in figuur 2. De asdiameter bedraagt over de gehele lengte 80 mm.
   Gevraagd.
   a. De D- en M-lijn van deze draagas.
   b. De maximale optredende buigspanning in de as.

3. Van een draagas is het belastingsschema gegeven in figuur 3. De asdiameter bedraagt over de gehele lengte 125 mm.
   Gevraagd.
   a. De D- en M-lijn van deze draagas.
   b. De maximale optredende buigspanning in de as.

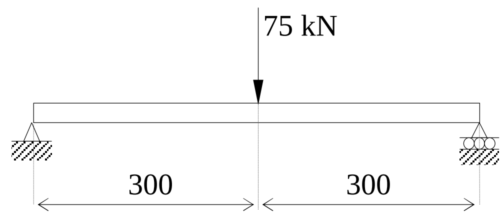


4. Een draagas wordt belast zoals is aangegeven in bovenstaande figuur. De asdiameter bedraagt over de gehele lengte 80 mm.
   Gevraagd.
   a. Het belastingsschema van deze as.
   b. De D- en M-lijn van deze draagas.
   c. De maximale optredende buigspanning in de as.

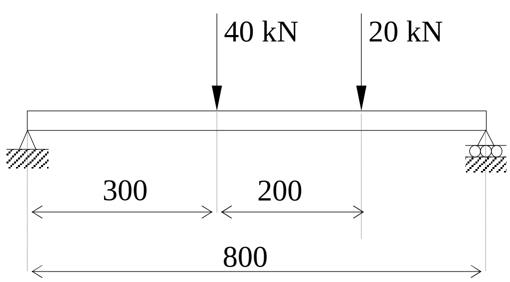
5. Van een draagas is het belastingsschema gegeven in het figuur hieronder. De toelaatbare buigspanning bedraagt 40 N/mm².
   Bereken met behulp van de D- en de M-lijn de benodigde asdiameter in gehele mm.



6. Van een draagas is het belastingsschema gegeven in het figuur hiernaast. De toelaatbare buigspanning bedraagt 50 N/mm^2.
   Bereken met behulp van de D- en de M-lijn de benodigde asdiameter in gehele mm.



7. Van een draagas is het belastingsschema gegeven in het figuur hieronder. De toelaatbare buigspanning bedraagt 50 N/mm^2.
   Bereken met behulp van de D- en de M-lijn de benodigde asdiameter in gehele mm.



Berekening van een astap

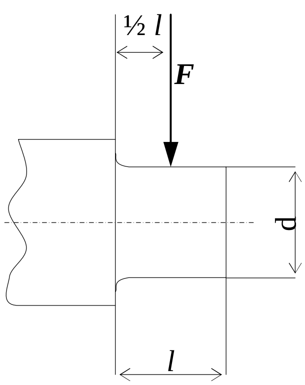
Een stilstaande astap wordt belast op:
- Vlaktedruk
- Buiging
- Afschuiving.

Een draaiende astap wordt belast op:
- Vlaktedruk
- Buiging
- Afschuiving
- Wrijving (dit geeft een wringend moment en warmteontwikkeling).

In beide gevallen zal de schuifspanning zo gering zijn dat verwaarlozen is toegestaan.
Bij een stilstaande as zal de toelaatbare vlaktedruk in het lager gelijk zijn aan de toelaatbare drukspanning van het zwakste materiaal.
Bij een draaiende as zal de toelaatbare vlaktedruk veel lager zijn, omdat anders de olie wordt weggeperst waardoor de dan optredende wrijving een veel te grote warmteontwikkeling zal geven. Deze warmte moet worden afgevoerd door de smeerolie of door warmteoverdracht via het lager. De warmteafvoer hangt af van de warmtedoorgangscoëfficiënt.

Berekening van de astap op buiging

De belasting op de astap wordt gelijkmatig over het vlak verdeeld. Voor de belasting op buiging mag worden aangenomen dat de kracht in het midden van de astap geconcentreerd staat.



De berekening op buiging verloopt als volgt:

$$M = F \cdot \tfrac{1}{2}\, l$$

en ook

$$M = \sigma_{b\ toelaatbaar} \cdot W_b$$

Voor een massieve as geldt dat $W_b = 0{,}1\, d^3$

Berekening van de astap op vlaktedruk

Voor de vlaktedruk geldt:
$F = \sigma_{o\ toelaatbaar}\ .\ d\ .\ l$
Voor de grootte van de toelaatbare vlaktedruk zie <u>tabel A</u> (blz 23)

Voorbeeld

Van een astap is gegeven dat de lengte 70 mm bedraagt en de diameter 60 mm.
De toelaatbare buigspanning is 50 N/mm^2 en de toelaatbare vlaktedruk is 6 N/mm^2.
Bereken de toelaatbare kracht op deze astap.

Uitwerking
Berekening op buiging:
$M = \sigma_{b\ \mathrm{toelaatbaar}} \cdot W_b$
$M = 50\ \mathrm{N/mm^2} \cdot 0{,}1 \cdot (60\ \mathrm{mm})^3 \rightarrow M = \mathrm{l}\ 08 \cdot 10^4\ \mathrm{Nmm}$

De toelaatbare kracht is F.
$M = F \cdot ½l$
$\mathrm{l}\ 08\ .10^4\ \mathrm{Nmm} = F .\ ½ \cdot 70\ \mathrm{mm} \rightarrow F = 30{,}9\ \mathrm{kN}$

Berekening op vlaktedruk:
$F = \sigma_{o\ toelaatbaar}\ .\ d\ .\ l$
$F = 6\ \mathrm{N/mm^2} \cdot 60\ \mathrm{mm} \cdot 70\ \mathrm{mm}$
$F = 25\ 200\ \mathrm{N}$

De toegestane kracht op deze astap is dus: $F = 25{,}2$ kN

Afmetingen van de astap

Voor berekeningen van de afmetingen van de astappen is de *l/d*-verhouding van groot belang.
Deze verhouding bedraagt, om constructieve redenen, meestal 0,8 tot 1.
Bij een ontwerpberekening kiest men een verhouding *l/d* en berekent de diameter en de lengte van de astap op vlaktedruk. Daarna vindt controle op buiging en warmte-afvoer plaats.

Heeft men vooraf geen *l/d*-verhouding vastgesteld dan combineert men voor de berekening op sterkte dikwijls de formules voor de buiging en de vlaktedruk:

buiging: $$F = \frac{\sigma_{b.toelaatbaar} .0{,}1 d^3}{0{,}5.l}$$

vlaktedruk: $$F = \sigma_{O.toelaatbaar} .d.l$$

dit geeft: $$\frac{l}{d} = \sqrt{\frac{\sigma_{b.toel.}}{5\sigma_{O.toel.}}}$$

Als de verhouding *l/d* op deze wijze bepaald wordt, dan komt men vrijwel altijd op een verhouding groter dan l uit. Zoals al eerder is vermeld, zal men meestal met een waarde van l of lager werken. De juiste keuze van een dergelijke verhouding vraagt veel constructieve ervaring. Daarom zullen we bovengenoemde formule voor de *l/d*-verhouding hanteren.

Warmte-afvoer

Voor lagers in de algemene machinebouw geldt de vuistregel: $\sigma_o \bullet v \leq 5 \,.\, 10^6$ W/m². Met v (in [m/s]) als de omtreksnelheid.
Deze waarde geldt slechts voor de meest toegepaste asdiameters en onder omstandigheden, waarbij de ontwikkelde warmte goed overgedragen kan worden aan de omringende lucht.
Voor lagers in andere installaties gelden andere waarden voor de warmteafvoer.

Samenvatting astappen

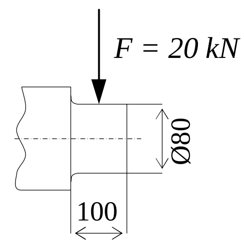
Voor de berekening van de astap geldt:
Buiging: $M = F \,.\, ½l$
$M = \sigma_{b\ toelaatbaar} \,.\, W_b$

vlaktedruk: $F = \sigma_{o\ toelaatbaar} \,.\, d \,.\, l$

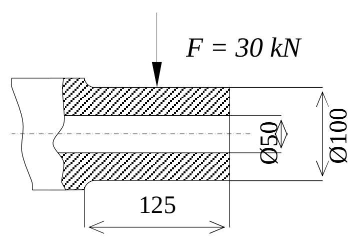
l/d-verhouding voor berekening op sterkte: $\frac{l}{d} = \sqrt{\frac{\sigma_{b.toel.}}{5\sigma_{O.toel.}}}$

Warmte-afvoer: $\sigma_o \,.\, v$ moet beneden een bepaalde waarde blijven.

Opgaven astappen



1. Bereken van de astap van de figuur hiernaast:
   a. de grootste optredende buigspanning;
   b. de optredende vlaktedruk.



2. Bereken van de astap van de figuur hiernaast:
   a. de grootste optredende buigspanning
   b. de optredende vlaktedruk.

3. Welke belasting kan een astap met een diameter van 120 mm en een lengte van 120 mm op sterkte opnemen als $\sigma_{b\ toelaatbaar} = 50$ N/mm^2 en $\sigma_{o\ toelaatbaar} = 9$ N/mm^2?

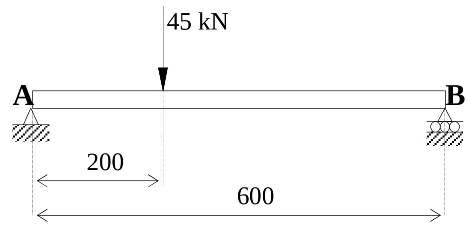
4. Op een astap werkt een belasting van 25 kN. De toelaatbare buigspanning bedraagt 40 N/mm^2 en de toelaatbare vlaktedruk is 6 N/mm². Het toerental bedraagt 2 omw/s.
   a. Bereken de benodigde astapafmetingen op sterkte,
   b. Controleer de warmte-afvoer.

5. Op een astap werkt een belasting van 35 kN. De toelaatbare buigspanning bedraagt 50 N/mm^2 en de toelaatbare vlaktedruk is 9 N/mm^2. Het toerental bedraagt 4 omw/s.
   a. Bereken de benodigde astapafmetingen op sterkte,
   b. Controleer de warmte-afvoer.

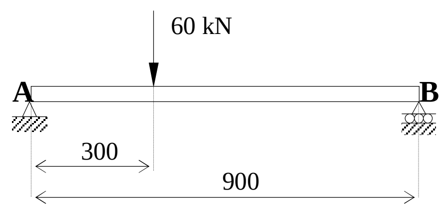
Gecombineerde opgaven

De astapafmetingen moeten uitsluitend op sterkte bepaald worden.

1. Een draagas wordt belast volgens het schema hieronder.
   De toelaatbare buigspanning m de as is 50 N/mm^2 en in de lagers geldt een toelaatbare vlaktedruk van 6 N/mm^2.
   Het toerental van de as bedraagt 5 r.p.s..
   Bereken van deze draagas:
   a. de benodigde asdiameter;
   b. de astapafmetingen in A;
   c. de astapafmetingen m B;
   d. controleer de warmte-afvoer voor beide astappen.

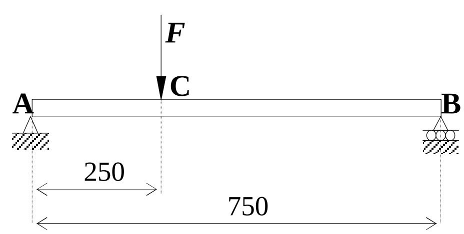


2. Een draagas wordt belast volgens het schema hieronder.
   De toelaatbare buigspanning in de as is 40 N/mm^2 en in de lagers geldt een toelaatbare vlaktedruk van 6 N/mm^2.
   Het toerental van de as bedraagt 3 r.p.s.
   Bereken van deze draagas:
   a. de benodigde asdiameter;
   b. de astapafmetingen in A;
   c. de astapafmetingen in B;
   d. controleer de warmteafvoer voor beide astappen.

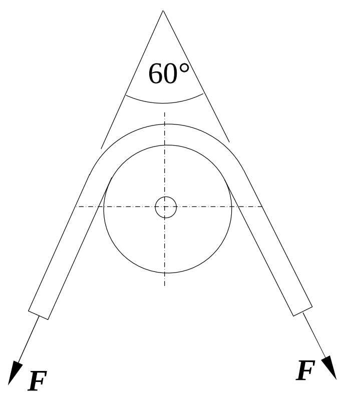


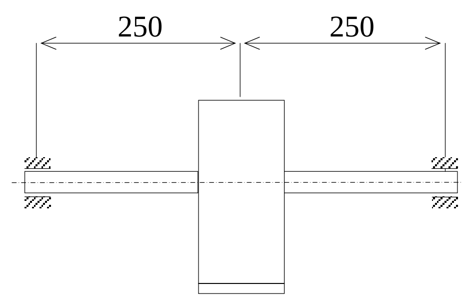
3. Uitgang: as van opgave 2
   a. Bereken voor de as de asdiameter ook als de as over de gehele lengte is doorboord met $d = ½D$. (De as is over de gehele lengte even dik).
   b. Hoeveel procent is de as van opgave 3a lichter dan de as van opgave 2?

4. Een draagas, met d = 100 mm, wordt belast volgens het schema. De toelaatbare buigspanning in de as is 50 N/mm^2 en in de lagers geldt een toelaatbare vlaktedruk van 9 N/mm^2. Bereken van deze draagas:
   a. de toegestane asbelasting in punt C;
   b. de astapafmetingen in A;
   c. de astapafmetingen in B;
   d. welk toerental is maximaal toegestaan als $\sigma_o \cdot v \leq 4 \times 10^6$ W/m^2 moet zijn?



5. Een draagas, met d = 90 mm, wordt, bij stilstand. belast met een spankracht F_{span}. Ten gevolge van die spankracht ontstaan in de riemparten gelijke trekkrachten F. Zie het schema hieronder. De toelaatbare buigspanning in de as is 40 N/mm^2 en in de lagers geldt een toelaatbare vlaktedruk van 5 N/mm^2. Bereken van deze draagas:
   a. de toelaatbare asbelasting bij het wiel;
   b. de toegestane kracht F in kN;
   c. de astapafmetingen in A en B.
   d. welk toerental is maximaal toegestaan als $\sigma_o \cdot v \leq 5 \times 10^6$ W/m^2 moet zijn?

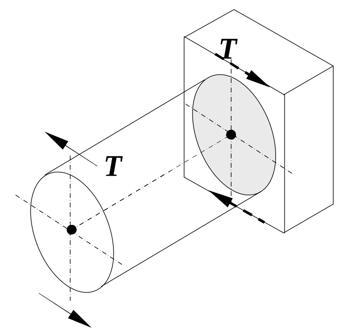




Wringing

Wanneer een onderdeel van een constructie door een draaimoment wordt belast treedt *wringing, of torsie,* op.
Twee voorbeelden van onderdelen waarin wringing optreedt:

- een as die een draaimoment overbrengt;
- de steel van een bout die vastgedraaid wordt / is.

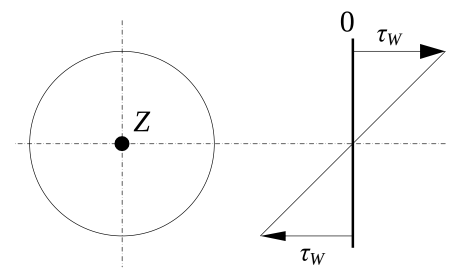


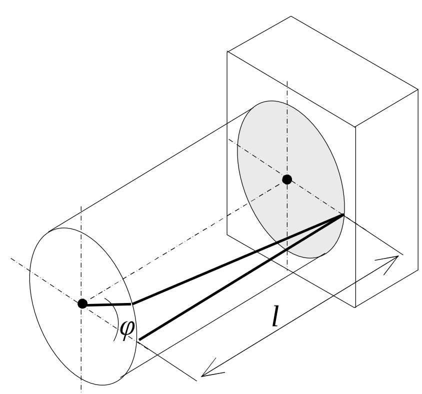
Evenals bij andere belastingen geldt bij belasting op wringing dat de constructie berekend moet worden op:

- sterkte;
- vormverandering.

Bij de berekening op sterkte mag de optredende wringspanning de toelaatbare waarde niet overschrijden.
Een overeenkomstige voorwaarde geldt voor de toelaatbare vormverandering. Wringing geeft een hoekverdraaiing van de as. De optredende hoekverdraaiing mag de toelaatbare waarde niet overschrijden. In dit hoofdstuk zullen we ons beperken tot de berekening op wringing van een ronde normaaldoorsnede.
Bij de bepaling van de formules waarmee de berekening op wringing wordt uitgevoerd, is men uitgegaan van enkele grondregels.
Deze grondregels zijn:

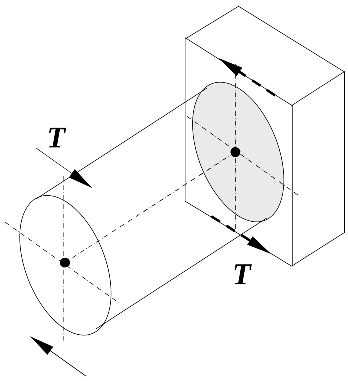
- de normaaldoorsnede vervormt niet ten gevolge van het optredende draaimoment, de normaaldoorsnede blijft vlak;
- de normaaldoorsnede draait om het zwaartepunt Z van de doorsnede, dus in het geval van de cirkelvormige doorsnede: rotatie om het middelpunt van de cirkel;
- de spanningsverdeling in het vlak van de normaaldoorsnede verloopt lineair vanaf het middelpunt
- de hoekverdraaiing die een normaaldoorsnede ondergaat, is recht evenredig met de afstand van die doorsnede tot aan de inklemming





Berekening op sterkte

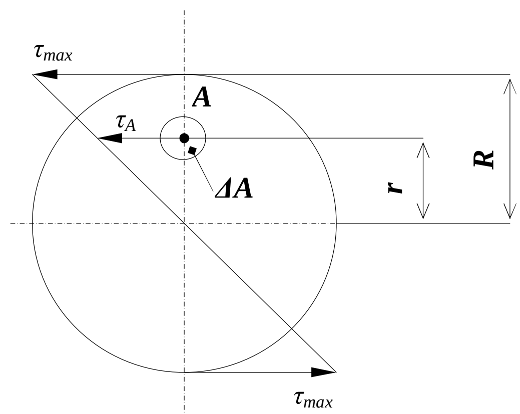
Torsieformule



Een uitwendig wringmoment of torsiemoment *T of* M_W op een aan één eind ingeklemde as zal in elk normaaldoorsnede-vlak van de as een inwendig wringend moment veroorzaken.
We beschouwen een punt A van de normaaldoorsnede bij de inklemming. In dat punt bekijken we een zeer klein vlakje met een oppervlakte A_A.

De schuifspanning in A is dan τ_A . Daarmee wordt de kracht in A:

$$\Delta F = \tau_A \, . \, \Delta A$$



Het moment van F_A ten opzichte van het middelpunt is dan gelijk aan:

$$\Delta T = r \, . \, \Delta F$$

dus:

$$\Delta T = r \, . \, \tau_A \, . \, \Delta A$$

Uit de spanningsverdeling volgt dat we voor de spanning in punt A kunnen schrijven:

$$\tau_A = \frac{r}{R} . \tau_{\max}$$

zodat ontstaat:

$$\Delta T = \tau_{\max} . \frac{1}{R} . \Delta A . r^2$$

Het gehele doorsnedevlak kan zo verdeeld worden in *n* kleine partjes, alle met een zeer kleine oppervlakte. Het moment van elk vlakje ten opzichte van het middelpunt van de gehele doorsnede kan dan berekend worden zoals is gedaan voor het vlakje in A. De grootte van dat moment hangt af van de oppervlakte van elk vlakje (A_n) en de afstand (r_n) van het vlakje tot het middelpunt van de gehele doorsnede.
Verdelen we de normaaldoorsnede in *n* vlakjes (een oneindig aantal) dan kunnen we schrijven:

$$T_{tot} = T_1 + T_2 + T_3 + \ldots\ldots + T_n$$

ofwel:
het totaal over te brengen moment T_{tot} is gelijk aan de som van de momenten die elk deelvlakje afzonderlijk kan overbrengen.

Hieruit volgt:

$$T_{tot} = \tau_{\max}.(\frac{1}{R}).\sum A_n.r_n^2$$

De termen τ_{max} en ($\frac{1}{R}$) mogen voor het Σ geplaatst worden omdat ze constant zijn.

De term $\Sigma A_n \cdot r_n^2$ kan wiskundig bepaald worden.
We noemen deze term het *polair kwadratisch oppervlaktemoment* of het *polair traagheidsmoment* van de normaaldoorsnede.
Dit polair kwadratische traagheidsmoment wordt bepaald ten opzichte van het middelpunt *M.* Het polair kwadratische traagheidsmoment wordt aangeduid met I_p.

$$I_p = \Sigma A_n \cdot r_n^2$$

Er is een verband tussen de axiaal kwadratisch oppervlaktemomenten ten opzichte van de middellijnen volgens de x -as en de y-as en het polair kwadratisch oppervlaktemoment ten opzichte van het middelpunt. Dat verband is:

$$I_p = I_x + I_y$$

De afgeleide formule voor de berekening op wringing kan nu worden geschreven als:

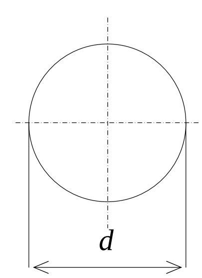
$$T_{tot} = \tau_{\max}.(\frac{1}{R}).I_P$$

Het totale inwendige moment T_{tot} dat door het doorsnedevlak kan worden opgenomen, moet gelijk zijn aan het uitwendige moment *T.*
We noemen dit inwendige moment het *wringend moment* T_w.
In vervolg duiden we zowel het uitwendige moment dat wringing veroorzaakt (het draaimoment) als het (inwendige) wringend moment aan met *T.*

$$T = \tau_{\max}.(\frac{1}{R}).I_P$$

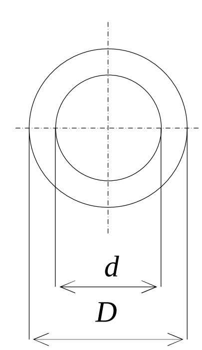
Polaire traagheidsmomenten (bij torsie)

Cirkelvormige doorsnede:



$$I_p = \pi/32 \,.\, d^4 \approx 0{,}1 \,.\, d^4$$

Ringvormige doorsnede:



$$I_p = \pi/32 \,.\, (D^4 - d^4) \approx 0{,}1 \,.\, (D^4 - d^4)$$

Weerstandsmoment tegen wringing

De term:

$$\left(\frac{1}{R}\right).I_P$$

wordt het *weerstandsmoment tegen wringing* genoemd.
We duiden dit weerstandsmoment tegen wringing aan met W_W.

Het weerstandsmoment tegen wringing van een cirkelvormige doorsnede is dan:

$$W_w = \frac{\frac{\pi}{32}.d^4}{\frac{1}{2}.d} = \frac{\pi}{16}.d^3 \approx 0{,}2.d^3$$

Het weerstandsmoment tegen wringing van een ringvormige doorsnede is overeenkomstig:

$$W_w = \frac{\pi}{16}.\frac{D^4 - d^4}{D} \approx 0{,}2.\frac{D^4 - d^4}{D}$$

Voorbeeld opgave

Een as moet bij een toerental van 10 omw/s een vermogen van 20 kW overbrengen. Bereken de benodigde asdiameter, afgerond op een gehele mm, als $\tau_{Wtoelaatbaar}$ = 25 N/mm^2

Uitwerking

$P = T \,.\, \omega = T \,.\, 2\pi \,.\, n$

20 000 W = T . 2 π .10

T = 318,3 Nm

Uit de wringingsformule $T = \tau_{W.toelaatbaar}.W_W$ volgt (let op de eenheden!):

$$W_w = \frac{T}{\tau_{W.toelaatbaar}} = \frac{318{,}3.10^3\,Nmm}{25N/mm^2} = 12732{,}4mm^3$$

Met $0{,}2\,.d^3 \geq$ 12732,4 mm^3

d = 40 mm

Opgaven wringing

1. Een as heeft een diameter van 75 mm. In de as treedt een wringspanning op van 20 N/mm^2.
   Bereken het draaimoment waarmee deze as belast wordt.

2 Een as met een diameter van 50 mm wordt belast door een draaimoment T.
De toelaatbare wringspanning op deze as bedraagt 25 N/mm^2.
Bereken het toelaatbare draaimoment $T_{\mathrm{Wtoelaatbaar}}$.

3 Een holle as heeft een buitendiameter van 200 mm en een binnendiameter van 150 mm.
In de as treedt een wringspanning op van 20 N/mm^2.
Bereken het draaimoment waarmee deze as belast wordt.

4 Een holle as met een buitendiameter van 80 mm en een binnendiameter van 60 mm wordt belast door een draaimoment T. De toelaatbare wringspanning op deze as bedraagt 25 N/mm^2.
Bereken het toelaatbare draaimoment $T_{\mathrm{Wtoelaatbaar}}$.

5 Een as wordt belast door een draaimoment T = 135 Nm. De toelaatbare wringspanning bedraagt 20 N/mm^2. Bereken de benodigde asdiameter, afgerond op gehele mm.

6 Een aandrijfas brengt bij een toerental van 8 $^{\mathrm{omw}}/\mathrm{s}$ een vermogen over van 55 kW. De toelaatbare wringspanning bedraagt 15 N/mm^2. Bereken:
   a het optredende draaimoment;
   b de benodigde asdiameter afgerond op gehele mm.

7 Een tandwiel met een steekcirkeldiameter van 240 mm heeft een tandkracht van 2500 N.
De toelaatbare wringspanning voor de as bedraagt 30 N/mm^2.
Bereken de benodigde asdiameter afgerond op een veelvoud van 5 mm.

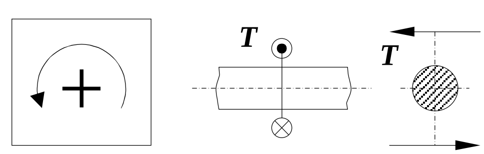
Wringende momenten lijn

Om te kunnen bepalen hoe het verloop van het (inwendig) wringend moment in een as is, moet de *wringende-momentenlijn* worden getekend. Dan kan voor elk punt van de as de ter plaatse optredende belasting vastgesteld worden en daarmee de diameter ter plaatse worden berekend.
In een wringende-momentenlijn komen sprongen voor (zie voorbeeld blz 20). De asdiameter verkregen door berekening op wringing verloopt dan ook sprongsgewijs. De as kan nu esthetisch minder fraai zijn. De vorm van de as wordt daarom wel aangepast.
De uiteindelijke vorm van een as hangt niet alleen af van de berekening op sterkte, maar ook van de esthetische norm die de constructeur aanlegt.

Afspraken voor het tekenen van de wringende-momentenlijn

1. Om te bepalen of een moment positief of negatief is, kijkt men vanaf rechts tegen het moment aan.

Nevenstaande figuur toont een positief draaimoment, want vanaf rechts bezien draait T linksom (tegen de wijzers van een klok in).

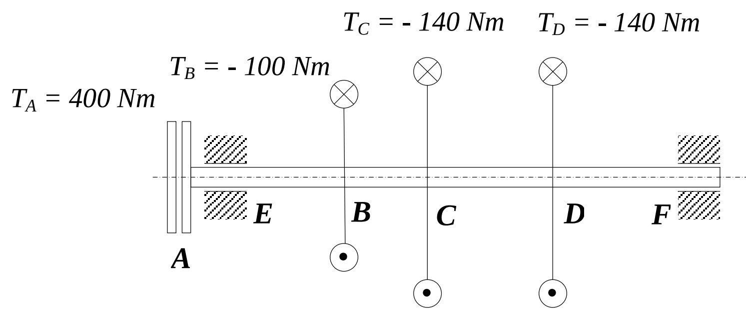


Als vanaf rechts bezien *T* rechtsom draait (met de wijzers van een klok mee), wordt in de figuur het negatief draaimoment getoond.

2 Bij het bepalen van het inwendig wringend moment werkt men van links naar rechts. Het inwendig wringend moment in een vlak is gelijk aan het wringend moment dat het rechterdeel van de as uitoefent op het linkerdeel van de as.

3 De waarden van het wringend moment worden in een grafiek uitgezet. Deze grafiek noemt men kortweg de *wringende-momentenlijn.* De wijze van tekenen van deze wringende-momentenlijn komt overeen met de tekenwijze die in de wiskunde geldt voor grafieken. Dus positieve waarden uitzetten boven de 0-as en negatieve waarden eronder.

Voorbeeld opgave



Op een as (zie bovenstaande figuur) is in punt A een koppeling geplaatst. Aan die koppeling wordt een draaimoment T_A = 400 Nm toegevoerd. Op de as zijn in de punten B, C en D tandwielen geplaatst. Het tandwiel in punt B levert een tegendraaimoment van - 100 Nm, en de tandwielen in C en D leveren elk een tegendraaimoment van - 140 Nm.

a Hoe groot is het draaimoment, in Nm, dat in de lagers aan wrijving verloren gaat als dit verlies in beide lagers even groot is?

b Teken de wringende-momentenlijn van deze as.

Uitwerking

a. We veronderstellen dat het draaimoment positief is, dus T_A = + 400 Nm
Op de as zijn tandwielen aangebracht, die in beweging gebracht moeten worden. Op de tandwielen van de as werken dus momenten tegengesteld gericht aan het aandrijfmoment.
Het totale tegendraaimoment T_{tot} dat door de tandwielen wordt afgegeven:

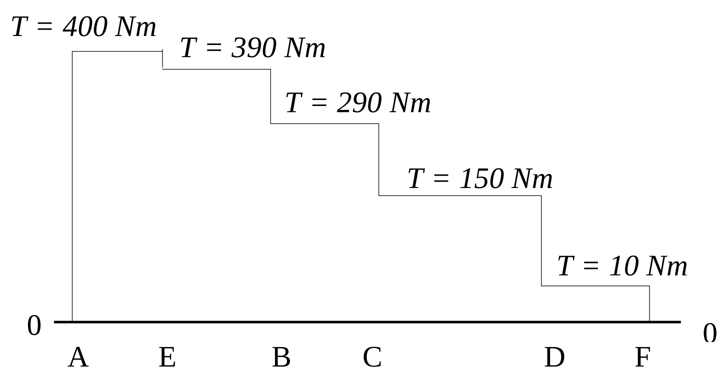
$$T_{tot} = 100\ \text{Nm} + 140\ \text{Nm} + 140\ \text{Nm} = 380\ \text{Nm}$$

Het verlies aan wrijving in de lagers is T_{lagers}
Er is evenwicht. Dus:

$\Sigma T=0$: + 400 Nm - 380 Nm + T_{lagers} = 0
T_{lagers} = -20 Nm

In elk lager gaat dus - 10 Nm t.g.v. een wrijvingsmoment verloren.

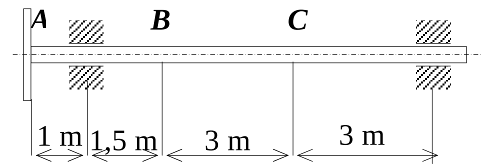
b Zie nevenstaande figuur.



Opgaven wringende momentenlijn

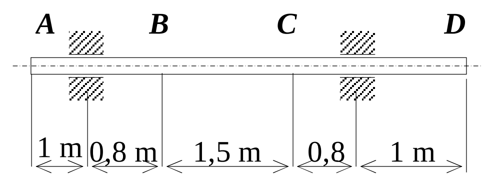
Teken van de opgaven 8 tot en met 10 de gevraagde wringende-momentenlijn op schaal 1 mm = 10 Nm.

8 De as draait zonder wrijving in de lagers en krijgt in het punt A een draaimoment toegevoerd; T_A = + 350 Nm.
In punt B wordt afgegeven T_B = - 200 Nm.



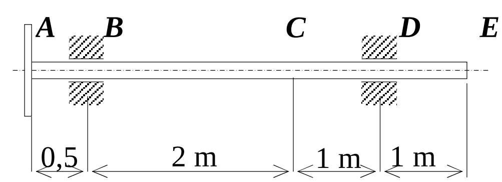
a Bepaal het draaimoment dat in punt C wordt afgegeven.
b Teken het belastingsschema en plaats daarin de draaimomenten.
c Teken de wringende-momentenlijn.

9 De as krijgt in het punt A een draaimoment toegevoerd; T_A = + 400 Nm.
In punt B wordt afgegeven T_B = - 200 Nm, terwijl T_D = + 300 Nm.
De lagers veroorzaken geen wrijving.



a Bepaal het draaimoment dat in punt C wordt afgegeven.
b Teken het belastingsschema en plaats daarin de draaimomenten.
c Teken de wringende-momentenlijn.

10 De as krijgt in het punt A een draaimoment toegevoerd: T_A = - 500 Nm.
In punt C wordt + 250 Nm afgegeven en in de beide lagers B en D gaat 1 % van het aanwezige draaimoment verloren.



a Bepaal het draaimoment dat in punt E wordt afgegeven.
b Teken het belastingsschema en plaats daarin de draaimomenten.
c Teken de wringende-momentenlijn.

Samenvatting

Torsieformule: $T = \tau_W . W_W$

Weerstandsmoment tegen torsie: $W_W = \frac{I_P}{R}$

Ronde massieve as: $I_P = \frac{\pi}{32}.d^4 \approx 0{,}1.d^4$

$$W_P = \frac{\pi}{16}.d^4 \approx 0{,}2.d^4$$

Ronde holle as: $I_P = \frac{\pi}{32}.(D^4 - d^4) \approx 0{,}1.(D^4 - d^4)$

$$W_P = \frac{\pi}{16}.\frac{D^4 - d^4}{D} \approx 0{,}2.\frac{D^4 - d^4}{D}$$

Wringende-momentenlijn

1 Het teken van het moment wordt bepaald door van rechts af tegen het moment aan te kijken:
  - linksomdraaiend moment is positief;
  - rechtsomdraaiend moment is negatief.

2 Het moment in een punt is gelijk aan het moment dat het linkerdeel van de as uitoefent op het rechterdeel.

3 Positieve waarden boven de nullijn uitzetten en negatieve waarden onder de nullijn.

Tabel A

astapmateriaal	**glijlagermateriaal**	$\sigma_{o\ max}$ in **N/mm²**	v_{max} in **m/s**
staal	gietijzer	2.5	0.5
ongehard staal	zacht brons	60	12
gehard staal	middelhard brons	80	10
gehard staal	hard brons	120	8
gehard staal	sinterbrons	140	10
gehard staal	witmetaal	40	12
gehard staal	gehard staal	150	0,05