Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

Algemeen

$$\sin x = \sin \alpha$$

heeft als oplossingen $x = \alpha + 2k\pi$ en $x = \pi - \alpha + 2k\pi$

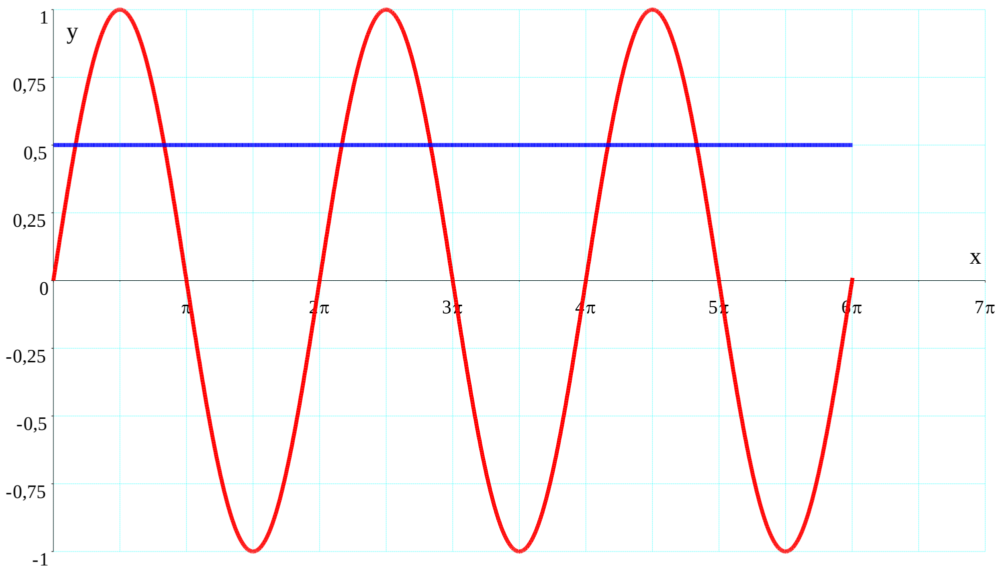
$$\cos x = \cos \alpha$$

heeft als oplossingen $x = \alpha + 2k\pi$ en $x = 2\pi - \alpha + 2k\pi$

(Daar de periode **2π is** **$x = 2\pi - \alpha + 2k\pi$** gelijk aan **$x = -\alpha + 2k\pi$)**

Voorbeeld:

Teken $f(x)=\sin x$ en $g(x)=\sin\frac{\pi}{6}$ in één figuur op $[0,6\pi]$ en bereken alle snijpunten.



Oplossing:

$x=\frac{\pi}{6}$, $x=\frac{\pi}{6}+2\pi$ en $x=\frac{\pi}{6}+4\pi$, anders geschreven $x=\frac{\pi}{6}+k\cdot 2\pi$

$x=\frac{5\pi}{6}$, $x=\frac{5\pi}{6}+2\pi$ en $x=\frac{5\pi}{6}+4\pi$, anders geschreven $x=\frac{5\pi}{6}+k\cdot 2\pi$

Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

voorbeeld $\sin\left(\frac{\pi}{6}-x\right)=\sin\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \frac{\pi}{6}-x=\frac{\pi}{4}+2k\pi$ of $\frac{\pi}{6}-x=\pi-\frac{\pi}{4}+2k\pi$

$$\Leftrightarrow -x=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}+2k\pi \text{ of } -x=\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{6}+2k\pi$$

$$\Leftrightarrow -x=\frac{\pi}{12}+2k\pi \text{ of } -x=\frac{7\pi}{12}+2k\pi$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{12}-2k\pi \text{ of } x=-\frac{7\pi}{12}-2k\pi$$

$$\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{12}+2k\pi \text{ of } x=-\frac{7\pi}{12}+2k\pi$$

Voorbeeld : $\cos x=\cos\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ of $x=2\pi-\frac{\pi}{6}+2k\pi$

Andere voorbeelden:

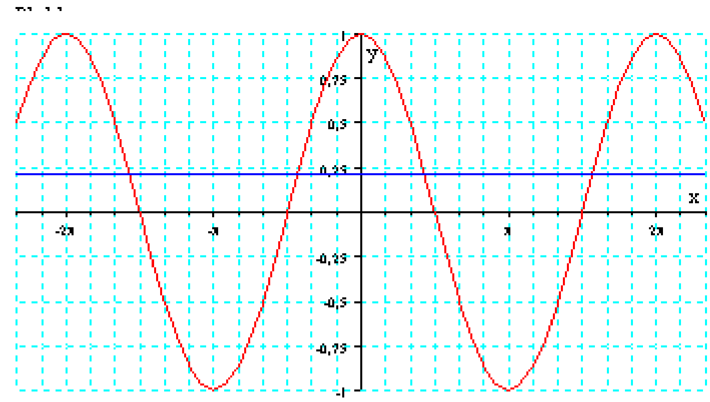
a) sin α= 0,8135 heeft als oplossingen in DEG α_1 = 54,4° + k·360° en α_2 = 125,6° + k·360°

b) cos β=0,2135 heeft als oplossingen in RAD β_1=1,35 rad + k·6,28 =0,43π + k·2π
en β_2=4,93 rad + k·6,28 =1,57π + k·2π

c) cos β=-0,2135 heeft als oplossingen in DEG β_1 =102,3° + k·360° en β_2 =257,7° + k·360°

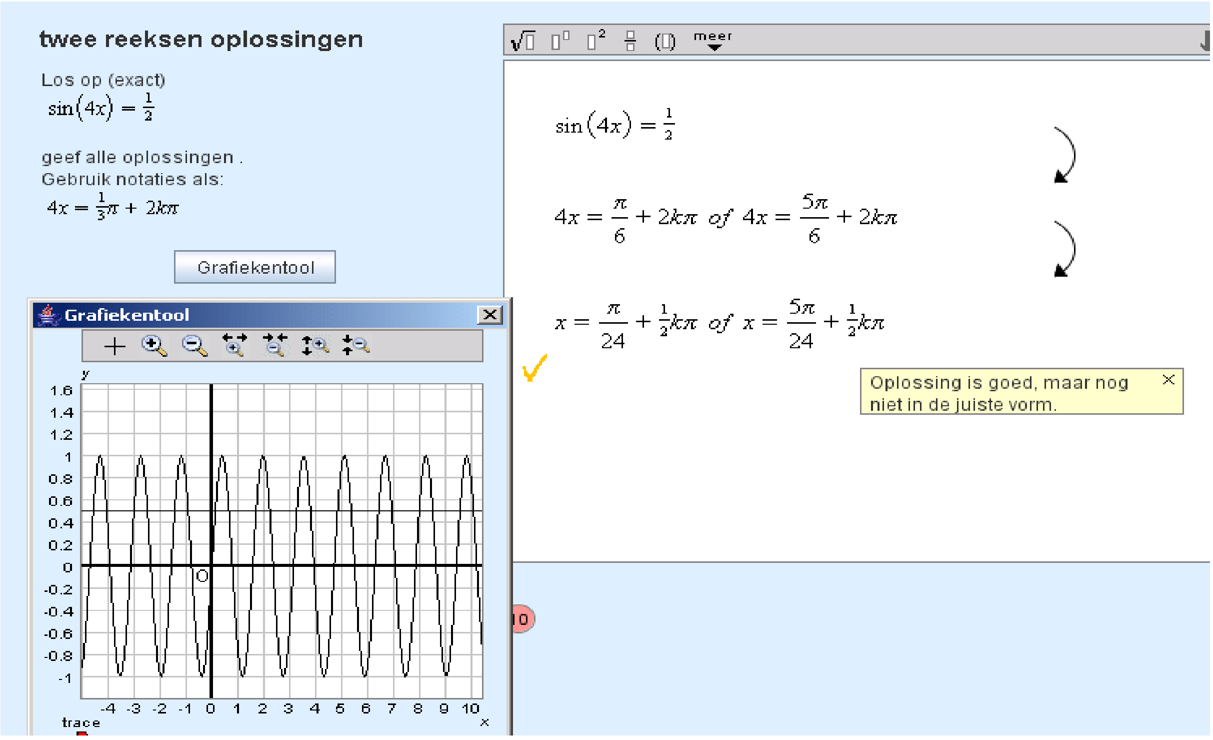
d) sin α=-0,8135 heeft als oplossingen in RAD α_1=4,09 rad + k·6,28 =1,30π + k·2π
en α_2=5,33 rad + k·6,28 =1,70π + k·2π

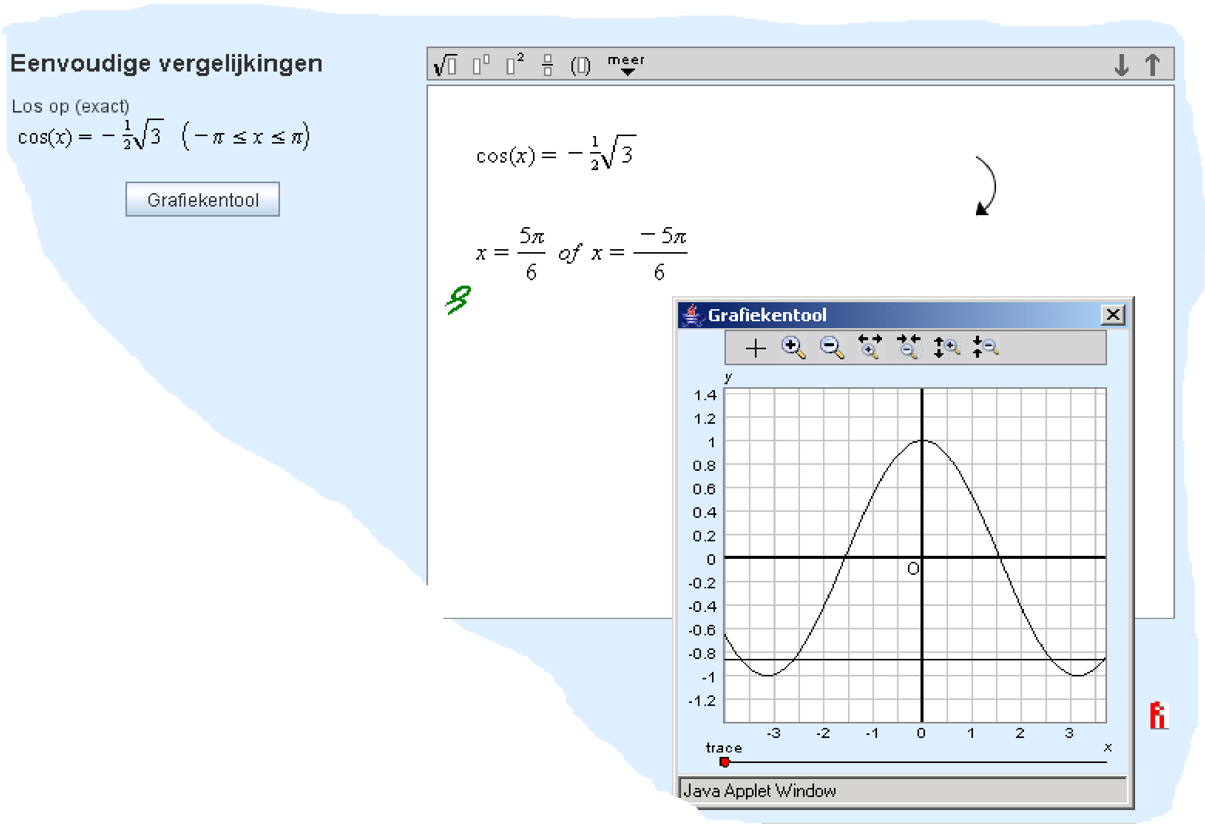
Grafiek van voorbeeld b als hulpmiddel bij bepaling oplossing



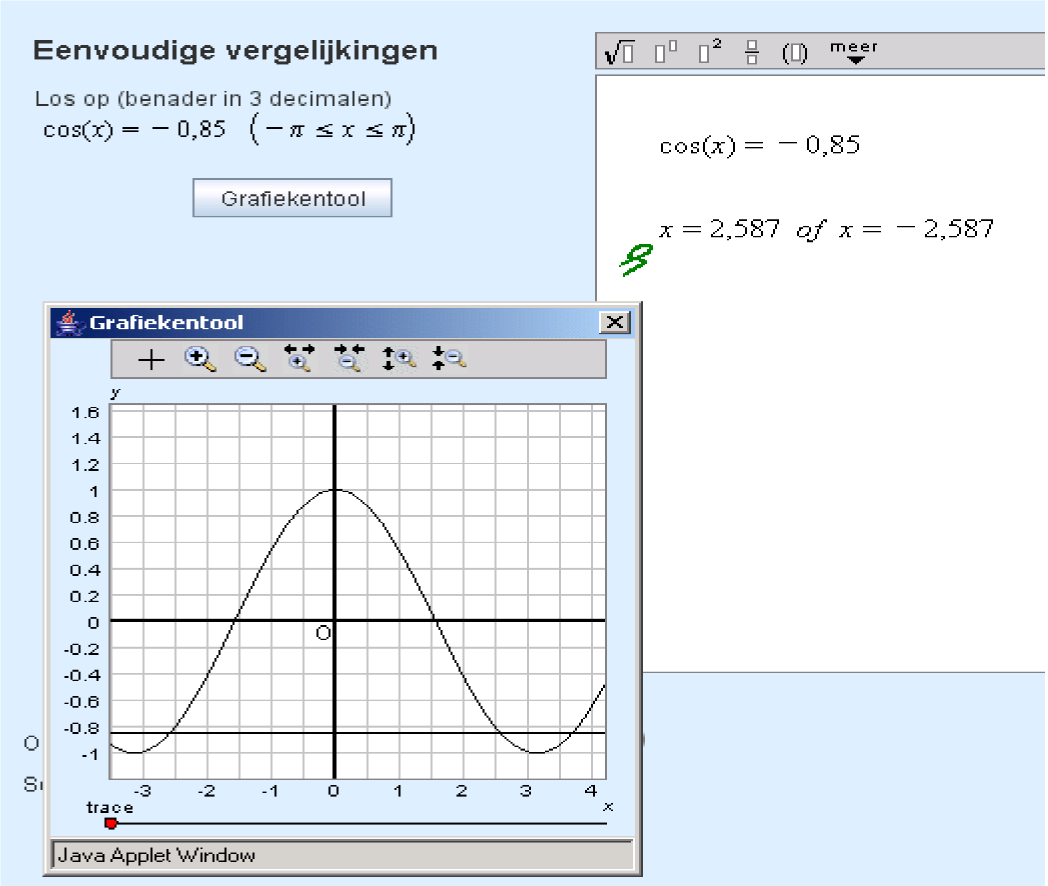
y=cos x
y=0,2135

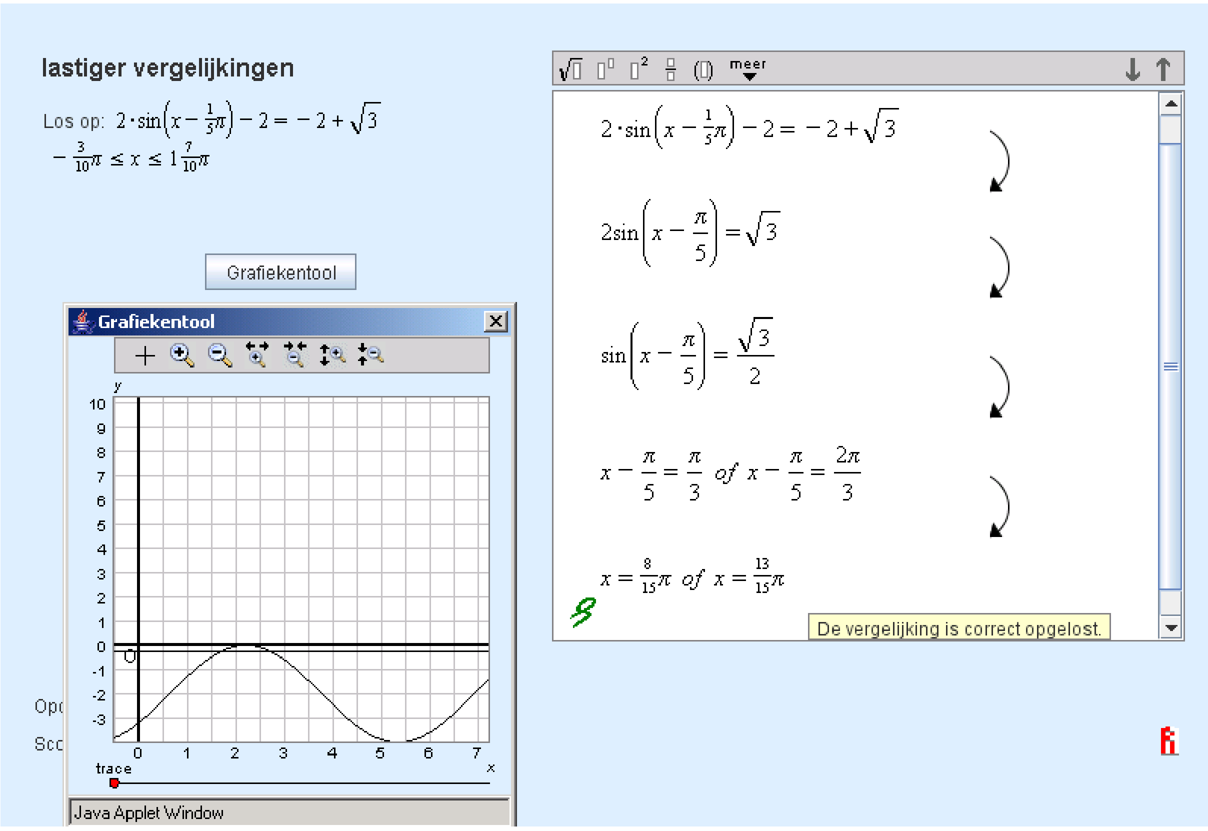
Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen





Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen





Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

$$\sin\left(3x - 1\tfrac{1}{2}\pi\right) = \tfrac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$3x - \tfrac{3}{2}\pi = \frac{\pi}{4} \text{ of } 3x - \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$$

$$x = \tfrac{7}{12}\pi \text{ of } x = \tfrac{9}{12}\pi$$

De vergelijking is correct opgelost.

$$\cos\left(2x + \tfrac{1}{2}\pi\right) = \tfrac{1}{2}$$

$$2x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} \text{ of } 2x + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3}$$

$$x = -\tfrac{1}{12}\pi \text{ of } x = -\tfrac{5}{12}\pi$$

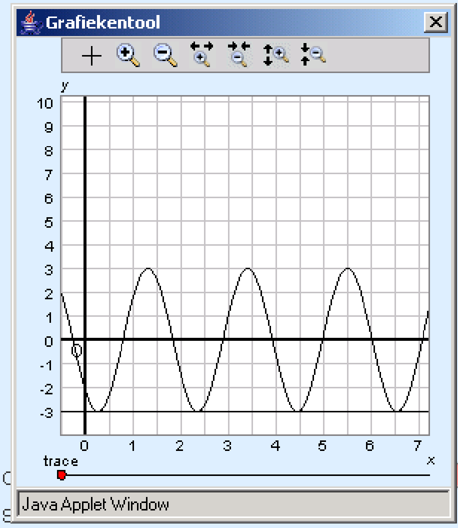
De vergelijking is correct opgelost.

Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

lastiger vergelijkingen

Los op: $3\cdot\cos\left(3x-\frac{3}{4}\pi\right)=-3$

$-\frac{1}{12}\pi \le x < \frac{7}{12}\pi$



$$3\cdot\cos\left(3x-\frac{3}{4}\pi\right)=-3$$

$$\cos\left(3x-\frac{3}{4}\pi\right)=-1$$

$$3x-\frac{3}{4}\pi=\pi \text{ of } 3x-\frac{3}{4}\pi=-\pi$$

$$x=\frac{7}{12}\pi \text{ of } x=-\frac{1}{12}\pi$$

De vergelijking is correct opgelost.

$$4\cdot\sin\left(3x-\pi\right)-1=-3$$

$$\sin\left(3x-\pi\right)=-\frac{1}{2}$$

$$3x-\pi=\frac{7}{6}\pi \text{ of } 3x-\pi=-\frac{\pi}{6}$$

$$x=\frac{13}{18}\pi \text{ of } x=\frac{5}{18}\pi$$

De vergelijking is correct opgelost.

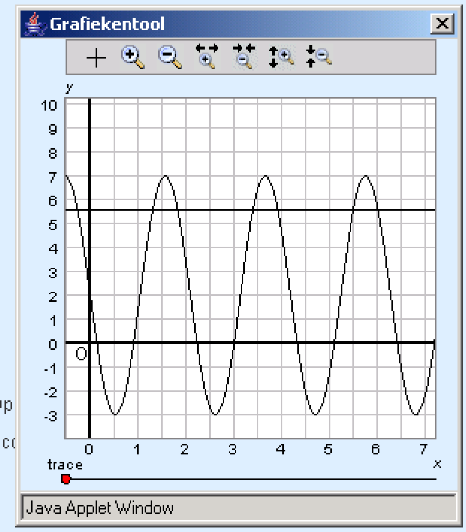
Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

lastiger vergelijkingen

Los op: $5\cdot\sin(3x+\pi)+2=2+2\frac{1}{2}\sqrt{2}$

$-\frac{1}{2}\pi \le x \le \frac{1}{6}\pi$

Grafiekentool



Op

Sc

$$5\cdot\sin(3x+\pi)+2=2+2\tfrac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\sin(3x+\pi)=\tfrac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$3x+\pi=\frac{\pi}{4} \text{ of } 3x+\pi=\frac{3\pi}{4}$$

$$x=-\tfrac{1}{4}\pi \text{ of } x=-\tfrac{1}{12}\pi$$

De vergelijking is correct opgelost.

$$\sin\left(3x-1\tfrac{1}{2}\pi\right)=\tfrac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$3x-\tfrac{3}{2}\pi=\frac{\pi}{4} \text{ of } 3x-\frac{3\pi}{2}=\frac{3\pi}{4}$$

$$x=\tfrac{7}{12}\pi \text{ of } x=\tfrac{9}{12}\pi$$

De vergelijking is correct opgelost.

Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

$$\cos\left(2x + \tfrac{1}{2}\pi\right) = \tfrac{1}{2}$$

$$2x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} \ \text{ of } \ 2x + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3}$$

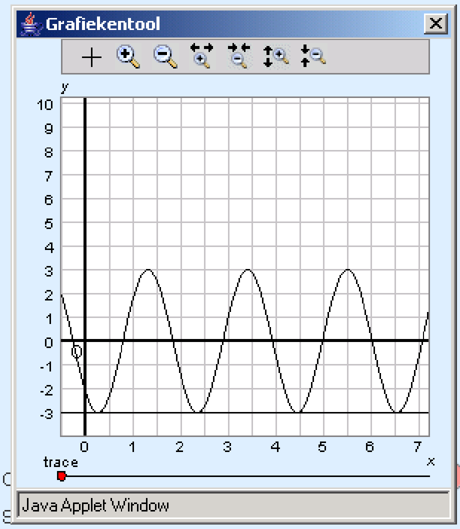
$$x = -\tfrac{1}{12}\pi \ \text{ of } \ x = -\tfrac{5}{12}\pi$$

De vergelijking is correct opgelost.

lastiger vergelijkingen

Los op: $3 \cdot \cos\left(3x - \tfrac{3}{4}\pi\right) = -3$

$-\tfrac{1}{12}\pi \leq x < \tfrac{7}{12}\pi$



$$3 \cdot \cos\left(3x - \tfrac{3}{4}\pi\right) = -3$$

$$\cos\left(3x - \tfrac{3}{4}\pi\right) = -1$$

$$3x - \tfrac{3}{4}\pi = \pi \ \text{ of } \ 3x - \tfrac{3}{4}\pi = -\pi$$

$$x = \tfrac{7}{12}\pi \ \text{ of } \ x = -\tfrac{1}{12}\pi$$

De vergelijking is correct opgelost.

Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

meer

$$4\cdot\sin(3x-\pi)-1=-3$$

$$\sin(3x-\pi)=-\frac{1}{2}$$

$$3x-\pi=\frac{7}{6}\pi \text{ of } 3x-\pi=-\frac{\pi}{6}$$

$$x=\frac{13}{18}\pi \text{ of } x=\frac{5}{18}\pi$$

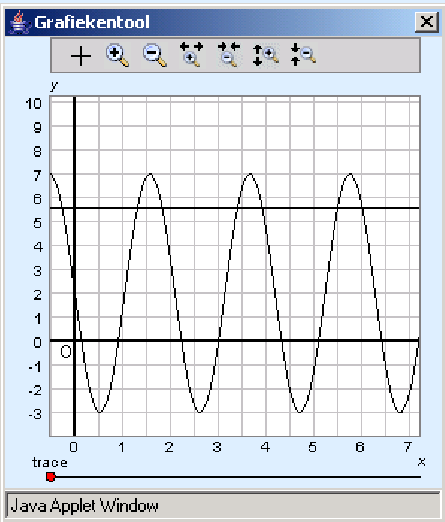
De vergelijking is correct opgelost.

lastiger vergelijkingen

Los op: $5\cdot\sin(3x+\pi)+2=2+2\frac{1}{2}\sqrt{2}$

$-\frac{1}{2}\pi \leq x \leq \frac{1}{6}\pi$

Grafiekentool



Op

Sc

meer

$$5\cdot\sin(3x+\pi)+2=2+2\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$\sin(3x+\pi)=\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$3x+\pi=\frac{\pi}{4} \text{ of } 3x+\pi=\frac{3\pi}{4}$$

$$x=-\frac{1}{4}\pi \text{ of } x=-\frac{1}{12}\pi$$

De vergelijking is correct opgelost.