

# Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

## Algemeen

---

---

$$\sin x = \sin \alpha$$

heeft als oplossingen  $x = \alpha + 2k\pi$  en  $x = \pi - \alpha + 2k\pi$

---

---

$$\cos x = \cos \alpha$$

heeft als oplossingen  $x = \alpha + 2k\pi$  en  $x = 2\pi - \alpha + 2k\pi$

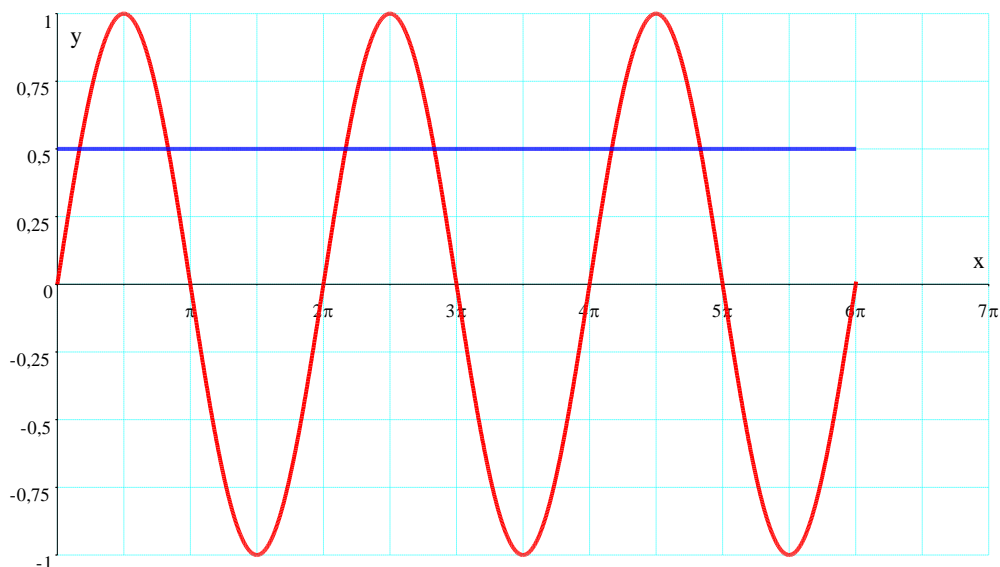
( Daar de periode  $2\pi$  is  $x = 2\pi - \alpha + 2k\pi$  gelijk aan  $x = -\alpha + 2k\pi$ )

---

---

Voorbeeld:

Teken  $f(x) = \sin x$  en  $g(x) = \sin \frac{\pi}{6}$  in één figuur op  $[0, 6\pi]$  en bereken alle snijpunten.



Oplossing:

$$x = \frac{\pi}{6}, \quad x = \frac{\pi}{6} + 2\pi \quad \text{en} \quad x = \frac{\pi}{6} + 4\pi, \quad \text{anders geschreven} \quad x = \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi$$

$$x = \frac{5\pi}{6}, \quad x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi \quad \text{en} \quad x = \frac{5\pi}{6} + 4\pi, \quad \text{anders geschreven} \quad x = \frac{5\pi}{6} + k \cdot 2\pi$$

# Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

voorbeeld  $\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \sin\frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \frac{\pi}{6} - x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  of  $\frac{\pi}{6} - x = \pi - \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

$$\Leftrightarrow -x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ of } -x = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\Leftrightarrow -x = \frac{\pi}{12} + 2k\pi \text{ of } -x = \frac{7\pi}{12} + 2k\pi$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} - 2k\pi \text{ of } x = -\frac{7\pi}{12} - 2k\pi$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + 2k\pi \text{ of } x = -\frac{7\pi}{12} + 2k\pi$$

Voorbeeld :  $\cos x = \cos\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$  of  $x = 2\pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi$

Andere voorbeelden:

a)  $\sin \alpha = 0,8135$  heeft als oplossingen in DEG

b)  $\cos \beta = 0,2135$  heeft als oplossingen in RAD

c)  $\cos \beta = -0,2135$  heeft als oplossingen in DEG

d)  $\sin \alpha = -0,8135$  heeft als oplossingen in RAD

$$\alpha_1 = 54,4^\circ + k \cdot 360^\circ \text{ en } \alpha_2 = 125,6^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$\beta_1 = 1,35 \text{ rad} + k \cdot 6,28 = 0,43\pi + k \cdot 2\pi$$

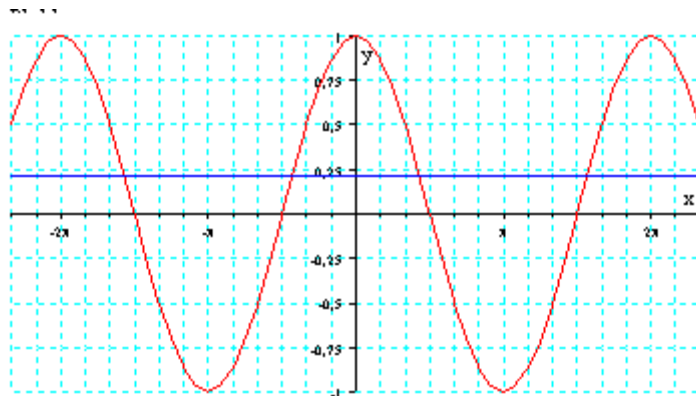
$$\text{en } \beta_2 = 4,93 \text{ rad} + k \cdot 6,28 = 1,57\pi + k \cdot 2\pi$$

$$\beta_1 = 102,3^\circ + k \cdot 360^\circ \text{ en } \beta_2 = 257,7^\circ + k \cdot 360^\circ$$

$$\alpha_1 = 4,09 \text{ rad} + k \cdot 6,28 = 1,30\pi + k \cdot 2\pi$$

$$\text{en } \alpha_2 = 5,33 \text{ rad} + k \cdot 6,28 = 1,70\pi + k \cdot 2\pi$$

Grafiek van voorbeeld b als hulpmiddel bij bepaling oplossing



$$y = \cos x$$

$$y = 0,2135$$

# Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

## twee reeksen oplossingen

Los op (exact)

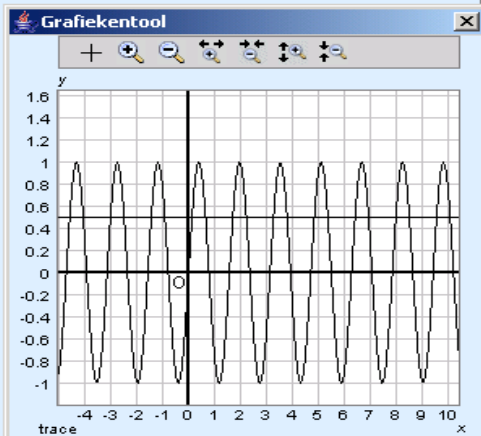
$$\sin(4x) = \frac{1}{2}$$

geef alle oplossingen.

Gebruik notaties als:

$$4x = \frac{1}{2}\pi + 2k\pi$$

Grafiekentool



$\sqrt{\square}$   $\square^{\square}$   $\square^2$   $\square^{\square}$   $\square^{\square}$   $\square^{\square}$   $\square^{\square}$  meer

$$\sin(4x) = \frac{1}{2}$$
$$4x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \text{ of } 4x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$
$$x = \frac{\pi}{24} + \frac{1}{2}k\pi \text{ of } x = \frac{5\pi}{24} + \frac{1}{2}k\pi$$

✓

Oplissing is goed, maar nog niet in de juiste vorm. ✕

## Eenvoudige vergelijkingen

Los op (exact)

$$\cos(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{3} \quad (-\pi \leq x \leq \pi)$$

Grafiekentool

$\sqrt{\square}$   $\square^{\square}$   $\square^2$   $\square^{\square}$   $\square^{\square}$   $\square^{\square}$   $\square^{\square}$  meer

$$\cos(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$$
$$x = \frac{5\pi}{6} \text{ of } x = \frac{-5\pi}{6}$$

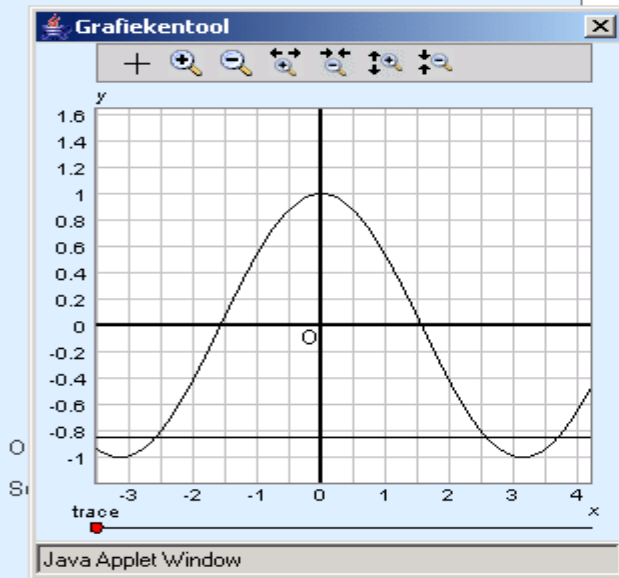
♚

# Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

## Eenvoudige vergelijkingen

Los op (benader in 3 decimalen)  
 $\cos(x) = -0,85 \quad (-\pi \leq x \leq \pi)$

Grafiekentool



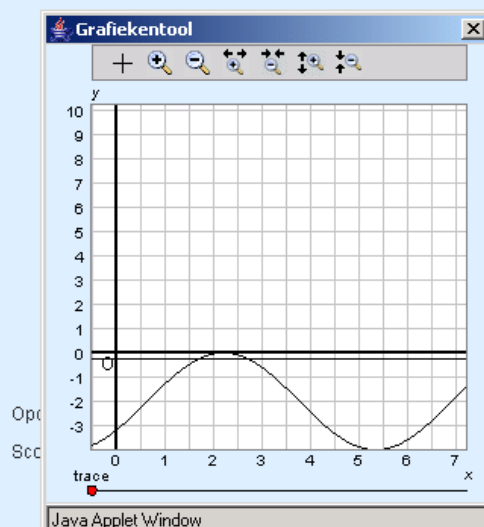
$\sqrt{\quad}$   $\square$   $\square^2$   $\frac{\square}{\square}$   $(\square)$  meer

$\cos(x) = -0,85$   
 $x = 2,587$  of  $x = -2,587$

## lastiger vergelijkingen

Los op:  $2 \cdot \sin\left(x - \frac{1}{5}\pi\right) - 2 = -2 + \sqrt{3}$   
 $-\frac{3}{10}\pi \leq x \leq 1\frac{7}{10}\pi$

Grafiekentool



$\sqrt{\quad}$   $\square$   $\square^2$   $\frac{\square}{\square}$   $(\square)$  meer

$2 \cdot \sin\left(x - \frac{1}{5}\pi\right) - 2 = -2 + \sqrt{3}$   
 $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \sqrt{3}$   
 $\sin\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
 $x - \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{3}$  of  $x - \frac{\pi}{5} = \frac{2\pi}{3}$   
 $x = \frac{8}{15}\pi$  of  $x = \frac{13}{15}\pi$

De vergelijking is correct opgelost.

# Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

$\sqrt{\square}$   $\square^0$   $\square^2$   $\square$  (0) meer  $\downarrow$   $\uparrow$

$$\sin\left(3x - 1\frac{1}{2}\pi\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

↘

$$3x - \frac{3}{2}\pi = \frac{\pi}{4} \text{ of } 3x - \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$$

↘

$$x = \frac{7}{12}\pi \text{ of } x = \frac{9}{12}\pi$$

☞

De vergelijking is correct opgelost.

$\sqrt{\square}$   $\square^0$   $\square^2$   $\square$  (0) meer  $\downarrow$   $\uparrow$

$$\cos\left(2x + \frac{1}{2}\pi\right) = \frac{1}{2}$$

↘

$$2x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} \text{ of } 2x + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3}$$

↘

$$x = -\frac{1}{12}\pi \text{ of } x = -\frac{5}{12}\pi$$

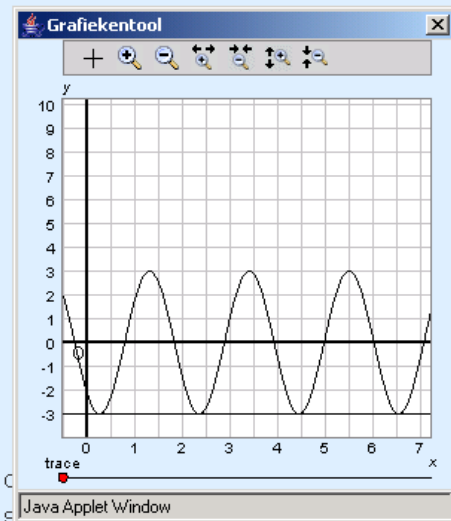
☞

De vergelijking is correct opgelost.

# Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

## lastiger vergelijkingen

Los op:  $3 \cdot \cos\left(3x - \frac{3}{4}\pi\right) = -3$   
 $-\frac{1}{12}\pi \leq x < \frac{7}{12}\pi$



$$3 \cdot \cos\left(3x - \frac{3}{4}\pi\right) = -3$$
$$\cos\left(3x - \frac{3}{4}\pi\right) = -1$$
$$3x - \frac{3}{4}\pi = \pi \text{ of } 3x - \frac{3}{4}\pi = -\pi$$
$$x = \frac{7}{12}\pi \text{ of } x = -\frac{1}{12}\pi$$

De vergelijking is correct opgelost.

$$4 \cdot \sin(3x - \pi) - 1 = -3$$
$$\sin(3x - \pi) = -\frac{1}{2}$$
$$3x - \pi = \frac{7}{6}\pi \text{ of } 3x - \pi = -\frac{\pi}{6}$$
$$x = \frac{13}{18}\pi \text{ of } x = \frac{5}{18}\pi$$

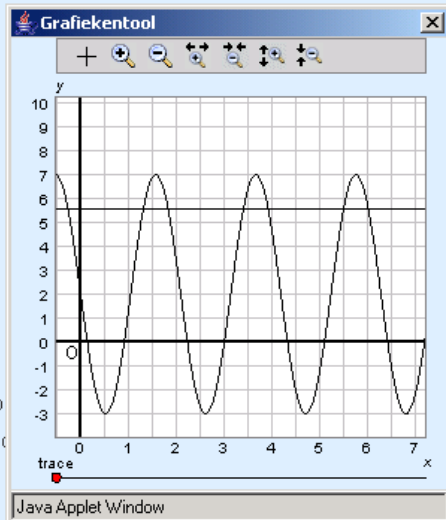
De vergelijking is correct opgelost.

# Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

## lastiger vergelijkingen

Los op:  $5 \cdot \sin(3x + \pi) + 2 = 2 + 2\frac{1}{2}\sqrt{2}$   
 $-\frac{1}{2}\pi \leq x \leq \frac{1}{6}\pi$

Grafiekentool



$$5 \cdot \sin(3x + \pi) + 2 = 2 + 2\frac{1}{2}\sqrt{2}$$
$$\sin(3x + \pi) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$
$$3x + \pi = \frac{\pi}{4} \text{ of } 3x + \pi = \frac{3\pi}{4}$$
$$x = -\frac{1}{4}\pi \text{ of } x = -\frac{1}{12}\pi$$

De vergelijking is correct opgelost.



$$\sin\left(3x - 1\frac{1}{2}\pi\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$
$$3x - \frac{3}{2}\pi = \frac{\pi}{4} \text{ of } 3x - \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{4}$$
$$x = \frac{7}{12}\pi \text{ of } x = \frac{9}{12}\pi$$

De vergelijking is correct opgelost.

# Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

$\cos\left(2x + \frac{1}{2}\pi\right) = \frac{1}{2}$

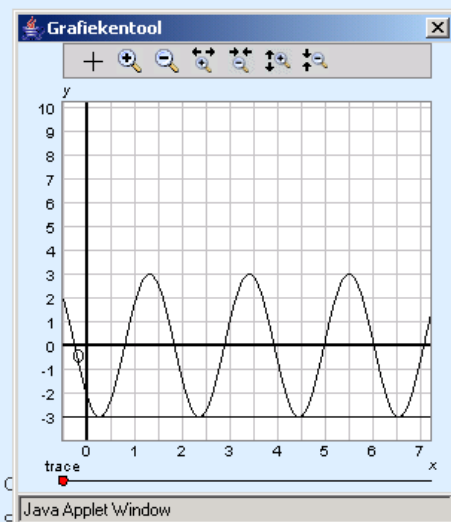
$2x + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{3} \text{ of } 2x + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3}$

$x = -\frac{1}{12}\pi \text{ of } x = -\frac{5}{12}\pi$

De vergelijking is correct opgelost.

## lastiger vergelijkingen

Los op:  $3 \cdot \cos\left(3x - \frac{3}{4}\pi\right) = -3$   
 $-\frac{1}{12}\pi \leq x < \frac{7}{12}\pi$



$3 \cdot \cos\left(3x - \frac{3}{4}\pi\right) = -3$

$\cos\left(3x - \frac{3}{4}\pi\right) = -1$

$3x - \frac{3}{4}\pi = \pi \text{ of } 3x - \frac{3}{4}\pi = -\pi$

$x = \frac{7}{12}\pi \text{ of } x = -\frac{1}{12}\pi$

De vergelijking is correct opgelost.



# Theorie Wiskunde Gonio Vergelijkingen

$\sqrt{\quad}$   $\square^{\square}$   $\square^2$   $\square$   $(\square)$  meer ↓ ↑

$$4 \cdot \sin(3x - \pi) - 1 = -3$$

↘

$$\sin(3x - \pi) = -\frac{1}{2}$$

↘

$$3x - \pi = \frac{7}{6}\pi \text{ of } 3x - \pi = -\frac{\pi}{6}$$

↘

$$x = \frac{13}{18}\pi \text{ of } x = \frac{5}{18}\pi$$

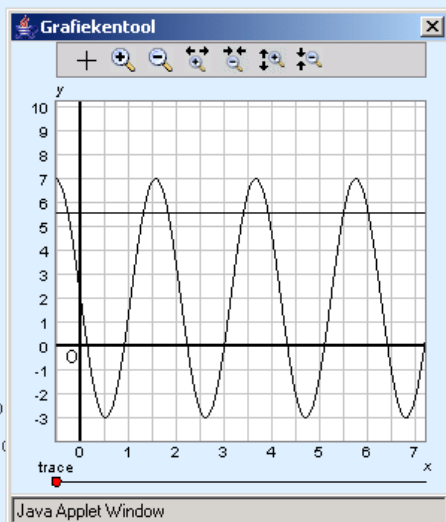
✍

De vergelijking is correct opgelost.

## lastiger vergelijkingen

Los op:  $5 \cdot \sin(3x + \pi) + 2 = 2 + 2\frac{1}{2}\sqrt{2}$   
 $-\frac{1}{2}\pi \leq x \leq \frac{1}{6}\pi$

Grafiekentool



$\sqrt{\quad}$   $\square^{\square}$   $\square^2$   $\square$   $(\square)$  meer ↓ ↑

$$5 \cdot \sin(3x + \pi) + 2 = 2 + 2\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

↘

$$\sin(3x + \pi) = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

↘

$$3x + \pi = \frac{\pi}{4} \text{ of } 3x + \pi = \frac{3\pi}{4}$$

↘

$$x = -\frac{1}{4}\pi \text{ of } x = -\frac{1}{12}\pi$$

✍

De vergelijking is correct opgelost.

