Oefentoets 1 Integreren:

functie	**primitieve**
$f(x) = x^n$ met $n \neq -1$	$F(x) = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + c$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = \ln \lvert x \rvert + c$
$f(x) = a^x$ met $a > 0$	$F(x) = \frac{1}{\ln a} \cdot a^x + c$
$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x + c$
$f(x) = \ln x$	$F(x) = x \ln x - x + c$
$f(x) = {}^a\log x$ met $a > 0$ en $a \neq 1$	$F(x) = \frac{1}{\ln a} \cdot (x \ln x - x) + c$
$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x + c$
$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x + c$

Differentieren

De regels voor differentieren zijn:

$f(x) = a$	$f'(x) = 0$
$f(x) = ax + b$	$f'(x) = a$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = n.x^{n-1}$
$f(x) = g(x) + h(x)$ (somregel)	$f'(x) = g'(x) + h'(x)$
$f(x) = g(x) * h(x)$ (produktregel)	$f'(x) = g'(x)*h(x) + g(x)*h'(x)$
$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$	$f'(x) = \frac{g'(x)*h(x) - g(x)*h'(x)}{(h(x))^2}$
$h(x) = f(g(x))$ (kettingregel)	$h'(x) = f'(g(x))*g'(x)$
$f(x) = \frac{1}{x^n}$ $[f(x) = x^{-n}]$	$f'(x) = \frac{-n}{x^{n+1}}$ $[f'(x) = -nx^{-n-1}]$
$f(x) = \sin(x)$	$f'(x) = \cos(x)$
$f(x) = \cos(x)$	$f'(x) = -\sin(x)$
$f(x) = a^x$	$f'(x) = \ln a * a^x$
$f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
$f(x) = \ln(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
$f(x) = {}^a\log x$	$f'(x) = \frac{1}{\ln a} * \frac{1}{x}$

Opdracht 1

Bereken:

$\sum_{x=1}^{5} x^3 =$

$\sum_{i=1}^{4}(2i^2 - 1) =$

Opdracht 2

Geef de primitieve van de volgende 6 functies:

a) f(x)= $5x + 1$
b) g(x)= $2\cos(x)$
c) h(x)= $e^x + 10$
d) i(x)= $\frac{4}{x^2}$
e) Sin(2x)

opdracht 3

Bereken de oppervlakte van het gebied ingesloten door $f(x) = -x^2$, $g(x) = 0$, x=0 en x=5

Opdracht 4

Bereken de opp. ingesloten door $f(x) = x^2 - 4$, x = 0, x = 1 en de x-as.

Opdracht 5

Bereken de opp. van de vlakdelen ingesloten door de grafieken van f(x) = cos x , x= 0, x= π en de x-as.

Opdracht 6

Gegeven de functies:
$f(x) = x^3 - 2x + 1$ en $g(x) = -x + 1$

a) Bereken de snijpunten tussen f(x) en g(x).
   Maak een schets van f(x) en g(x) en geef de snijpunten aan. Arceer de ingesloten oppervlakten.
b) Bereken de oppervlakte ingesloten door f en g

Opdracht 7

Gegeven f(x) = sin(2x) en g(x) = cos(x)

Teken beide grafieken op [0,π]

Bereken de snijpunten tussen f en g { Een hint: sin(2x) = 2sin(x)cos(x) }

Bereken de oppervlakte ingesloten door f en g op [0,π]

Naam student:
Leerjaar:
Klas: ☐ Bo ☐ Bb
Nummer toets volgens OER:
Datum:

gildeopleidingen

Cijfer: /

Oefentoets Integreren uitwerkingen !

1a. $\sum_{x=1}^{5} x^3 = 1^3+2^3+3^3+4^3+5^3 = 1+8+27+64+125 = 225.$

b. $\sum_{i=1}^{4} (2i^2-1) = 1+7+17+31 = 56$

2a. $f(x) = 5x+1$

$F(x) = \frac{5}{2}x^2 + x + c = 2\frac{1}{2}x^2 + x + c$

b. $g(x) = 2\cos(x)$

$G(x) = 2\sin(x) + c$

c. $h(x) = e^x + 10$

$H(x) = e^x + 10x + c$

d. $i(x) = \frac{4}{x^2} = 4x^{-2}$

$I(x) = \frac{4}{-1}x^{-1} + c = -4x^{-1} + c = -\frac{4}{x} + c$

e. $j(x) = \sin(2x)$

$J(x) = -\frac{1}{2}\cos(2x) + c$

3. $\int_0^5 -x^2\,dx = \left[-\frac{1}{3}x^3\right]_0^5 = -\frac{125}{3} = -41\frac{2}{3}$

4. $\int_0^1 x^2-4\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - 4x\right]_0^1 = \frac{1}{3} - 4 = -3\frac{2}{3}$

5. $\int_0^{\pi} \cos(x)\,dx = \left[\sin(x)\right]_0^{\pi} = \sin(\pi) - \sin(0) = 0.$

$2\cdot\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \cos(x)\,dx = 2\cdot\left[\sin(x)\right]_0^{\frac{1}{2}\pi} = 2\cdot(1-0) = 2$

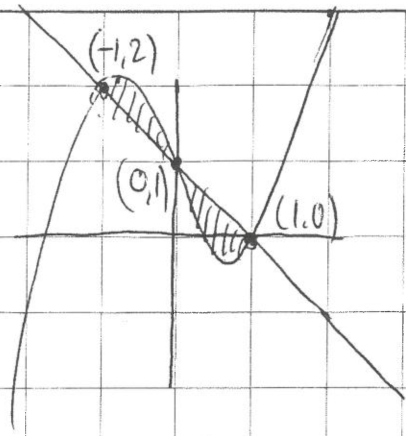
6. a) $x^3 - 2x + 1 = -x + 1$

$x^3 - x = 0$

$x(x^2 - 1) = 0$

$x(x+1)(x-1) = 0$

$x = 0$ of $x = -1$ of $x = 1$.

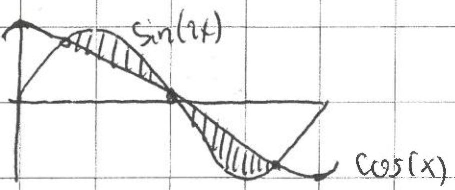


b) $\int_{-1}^{0} x^3 - 2x + 1 + x - 1 \, dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2\right]_{-1}^{0} = 0 - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$.

$\int_{0}^{1} -x + 1 - x^3 + 2x - 1 \, dx = \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2\right]_{0}^{1} = \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) - 0 = \frac{1}{4}$ +

$\frac{1}{2}$.

7. $\sin(2x) = \cos(x)$



$2\sin(x)\cos(x) = \cos(x)$

$2\sin(x) = 1$

$\sin(x) = \frac{1}{2}$

$x = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{6}\pi$ of $\pi - \frac{1}{6}\pi = \frac{5}{6}\pi$

of $\cos(x) = 0$

$x = \cos^{-1}(0) = \frac{1}{2}\pi$

$\int_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} \sin(2x) - \cos(x) \, dx = \left[-\frac{1}{2}\cos(2x) - \sin(x)\right]_{\frac{1}{6}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} = \left(\frac{1}{2} - 0\right) - \left(\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\int_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{5}{6}\pi} \cos(x) - \sin(2x) \, dx = \left[\sin(x) + \frac{1}{2}\cos(2x)\right]_{\frac{1}{2}\pi}^{\frac{5}{6}\pi} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) - \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$ +

0,38

↑

moeilijke opgave.

+ uitwerking   B Peters

TOETS EXV TK44

Toetsduur: 60min

Totaal aantal punten: 80 voor de toets, 20 voor het huiswerk.

Onderwerpen: Integreren.

Bijgevoegd formuleblad met de integreer regels en differentieer regels zie achterzijde.

Opdrachten maken op los blaadje.

integreren
jan 2020