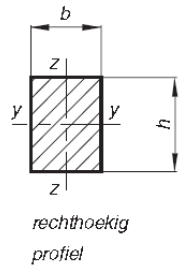
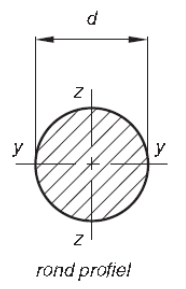
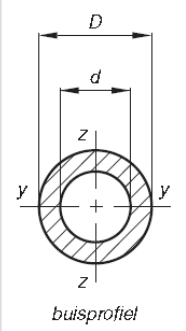


Onderdeel: "Buiging": Traagheidsmoment en Weerstandsmoment.

😊 Even wat opfrissen: 😊

Standaard formules traagheidsmoment en weerstandsmoment tegen buigen.

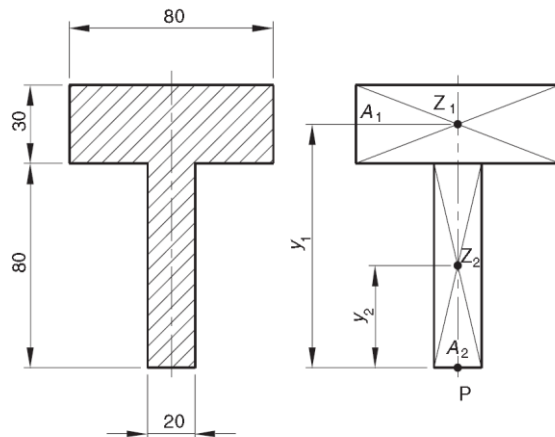
| profiel-<br>doorsnede  | traagheidsmomenten   |                                  | weerstandsmomenten   |   |
|--|--|----------------------------------|--|---|
|  | $I_y$ (mm <sup>4</sup> )   | $I_z$ (mm <sup>4</sup> )         | $W_y$ (mm <sup>3</sup> )   | $W_z$ (mm <sup>3</sup> )                            |
|  <p>rechthoekig profiel</p> | $\frac{1}{12} \cdot b \cdot b^3$                                     | $\frac{1}{12} \cdot b^3 \cdot b$ | $\frac{1}{6} \cdot b \cdot b^2$  | $\frac{1}{6} \cdot b^2 \cdot b$                     |
|  <p>rond profiel</p>       | $\frac{\pi}{64} \cdot d^4$<br><br>benadering:<br>$0,05 \cdot d^4$    | $\frac{\pi}{64} \cdot d^4$       | $\frac{\pi}{32} \cdot d^3$<br><br>benadering:<br>$0,1 \cdot d^3$   | $\frac{\pi}{32} \cdot d^3$                          |
|  <p>buisprofiel</p>       | $\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$<br><br>benadering:<br>$0,05(D^4 - d^4)$ | $\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$     | $\frac{\pi}{32} \left( \frac{D^4 - d^4}{D} \right)$<br><br>benadering:<br>$0,1 \left( \frac{D^4 - d^4}{D} \right)$ | $\frac{\pi}{32} \left( \frac{D^4 - d^4}{D} \right)$ |

Als jouw constructie geen standaardprofiel is zoals boven in de tabel dan moet je de constructie opdelen in delen:

Nu volgt een voorbeeld:

## Voorbeeldberekening van het traagheidsmoment en weerstandsmoment:

### 😊 Voorbeeld: Een T-balk. 😊



Stappenplan voor het weerstandsmoment tegen buigen te berekenen:

- 1 Zwaartepunt berekenen,
- 2 Traagheidsmoment berekenen,
- 3 Weerstandsmoment berekenen.

Stap 1: Het zwaartepunt berekenen via het oppervlaktemoment:

| Deel 1 | Breedte b =<br>80 mm | Hoogte h<br>= 30<br>mm | Zwaartepuntafstand<br>Y1 = 95 mm | Oppervlakte<br>A1 =<br>2400<br>mm <sup>2</sup> | Oppervlaktemoment<br>A1 * y1 =<br>228000 mm <sup>3</sup> |
|--------|----------------------|------------------------|----------------------------------|--|--|
| Deel 2 | Breedte b =<br>20 mm | Hoogte h<br>= 80<br>mm | Zwaartepuntafstand<br>Y2 = 40 mm | Oppervlakte<br>A2 =<br>1600<br>mm <sup>2</sup> | Oppervlaktemoment<br>A2 * y2 = 64000<br>mm <sup>3</sup>  |
| Totaal |                      |                        |                                  | 4000 mm <sup>2</sup>                           | 292000 mm <sup>3</sup>                                   |

De zwaartepuntsafstand t.o.v. de y-richting is nu:  $292000 \text{ mm}^3 / 4000 \text{ mm}^2 = 73 \text{ mm}$

Als vergelijking:  $2400 \text{ mm}^2 \times 95 \text{ mm} + 1600 \text{ mm}^2 \times 40 \text{ mm} = 4000 \text{ mm}^2 \times e1 \rightarrow$

$e1 = 73 \text{ mm} \rightarrow e1$  is de zwaartepuntsafstand, ook wel genoemd de vezelafstand.

Stap 2: Het traagheidsmoment berekenen:

De situatie: De T-balk is verdeeld in 2 delen.  
De zwaartepuntsafstand t.o.v. de y-y richting is 73 mm = de vezelafstand e1

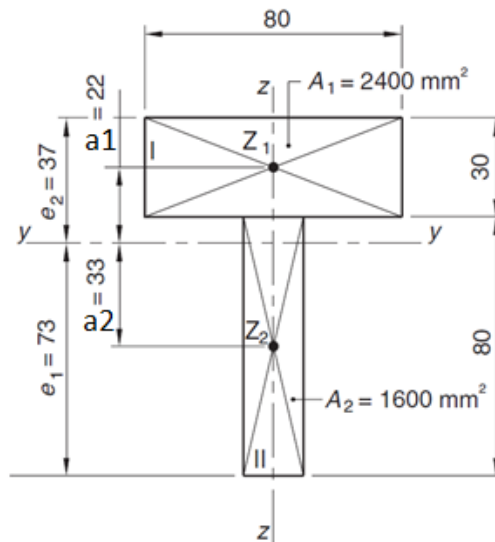
De eigen traagheidsmomenten:  
Voor een rechthoek geldt dat je het traagheidsmoment kunt berekenen met de formule:

$$I_1 = 1/12 * b * h^3 \rightarrow \text{deel 1}$$

$$1/12 * 80 * 30^3 = 180.000 \text{ mm}^4$$

$$I_2 = 1/12 * b * h^3 \rightarrow \text{deel 2}$$

$$1/12 * 20 * 80^3 = 853.333,33 \text{ mm}^4$$



Omdat het zwaartepunt van deel 1 en het zwaartepunt van deel 2 niet op gelijke hoogte liggen met het zwaartepunt van de T-balk zijn er verschuivingen.

De verschuivingsfactor van deel 1, dit noemen we  $a_1 = y_1 - e_1 \rightarrow 95 \text{ mm} - 73 \text{ mm} = 22 \text{ mm}$ .

De verschuivingsfactor van deel 2, dit noemen we  $a_2 = e_2 - y_2 \rightarrow 73 \text{ mm} - 40 \text{ mm} = 33 \text{ mm}$ .

De verschuivingsregel van Steiner zegt dat je bij het eigen traagheidsmoment een verschuiving moet optellen. Deze verschuiving is het product van a met het oppervlak A  $\rightarrow$  de verschuiving  $= a^2 \cdot A$   
Voor deel 1 is de verschuiving  $22^2 * 2400 = 1.161.600 \text{ mm}^4$   
Voor deel 2 is de verschuiving  $33^2 * 1600 = 1.742.400 \text{ mm}^4$

Hiermee komt het totale traagheidsmoment van de T-balk op :

$$I_{\text{totaal}} = 180.000 \text{ mm}^4 + 853.333,33 \text{ mm}^4 + 1.161.600 \text{ mm}^4 + 1.742.400 \text{ mm}^4 = 3.937.333,33 \text{ mm}^4$$

Voor het weerstandsmoment geldt nu de formule:

$$W_b = \frac{I}{e} \rightarrow W_b = 3.937.333,33 \text{ mm}^4 / 73 \text{ mm} = 53.936,07 \text{ mm}^3$$

In een Excel-tabel:

|        | Breedte | Hoogte  | Oppervlak            | Zwaartepunt afstand | Oppervlakte moment             | verschuivings faktor | Eigen traagheidsmoment     | Verschuiving $a^2 \cdot A$ | Traagheidsmoment            |
|--------|---------|---------|----------------------|---------------------|--------------------------------|----------------------|----------------------------|----------------------------|-----------------------------|
|        | b in mm | h in mm | A in mm <sup>2</sup> | y in mm             | $A \cdot y$ in mm <sup>3</sup> | a in mm              | I eigen in mm <sup>4</sup> | in mm <sup>4</sup>         | I-totaal in mm <sup>4</sup> |
| Deel 1 | 80,00   | 30,00   | 2400,00              | 95,00               | 228000,00                      | 22,00                | 180000,00                  | 1161600,00                 | 1341600,00                  |
| Deel 2 | 20,00   | 80,00   | 1600,00              | 40,00               | 64000,00                       | 33,00                | 853333,33                  | 1742400,00                 | 2595733,33                  |
|        |         |         | 4000,00              |                     | 292000,00                      |                      |                            |                            | 3937333,33                  |
|        |         |         |                      | Zwaartepunt in mm   |                                |                      |                            |                            | I totaal in mm <sup>4</sup> |
|        |         |         |                      | 73,00               |                                |                      |                            |                            |                             |

Samengevat:

Voor de buigspanning geldt:  $\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} \rightarrow$  waarbij  $\sigma_b$  staat in  $\text{N/mm}^2$ , het buigend moment  $M_b$  in  $\text{Nmm}$  en het weerstandsmoment tegen buigen  $W_b$  in  $\text{mm}^3$

Verder geldt:  $W_b = \frac{I}{e}$  waarbij  $I$  het traagheidsmoment is in  $\text{mm}^4$  en  $e$  is de vezelafstand in  $\text{mm}$ .

Dus bij een samengesteld profiel is het eerst nodig het zwaartepunt te bepalen.

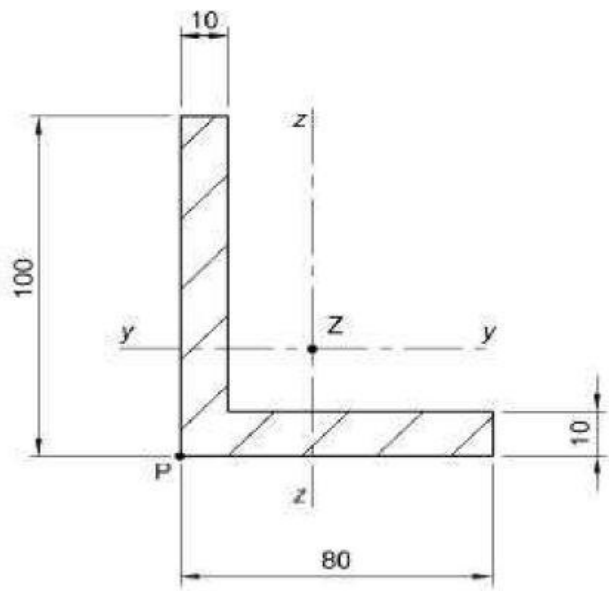
Het traagheidsmoment  $I = I_{\text{eigen}} + \text{verschuivingsfactor}$ .

De verschuivingsfactor =  $a^2 \cdot A$  volgens Steiner.

Voorbeeld:

Gegeven een hoekprofiel.

Bereken de coördinaten van het zwaartepunt. Bereken de traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting en de z-z richting.



Uitwerking op het volgende blad. Eerst zelf maken.

In de y-y richting:

|               | <b>Breedte</b> | <b>Hoogte</b> | <b>Oppervlak</b> | <b>Zwaartepunt afstand</b> |
|---------------|----------------|---------------|------------------|----------------------------|
| <b>mm</b>     | b              | h             | A                | y                          |
| <b>Deel 1</b> | 10             | 100           | 1000             | 50                         |
| <b>Deel 2</b> | 70             | 10            | 700              | 5                          |

**Zwaartepunt**  
31,47058824

| <b>A*y</b> | <b>verschuivings faktor</b> | <b>Eigen traagheidsmoment</b> | <b>Verschuiving a<sup>2</sup>*A</b> | <b>Traagheidsmoment</b> |
|------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|-------------------------|
|            | a                           | I eigen                       |                                     | I                       |
| 50000      | 18,52941176                 | 833333,3333                   | 343339,1003                         | 1176672,434             |
| 3500       | 26,47058824                 | 5833,333333                   | 490484,4291                         | 496317,7624             |

**I totaal**  
1672990,196

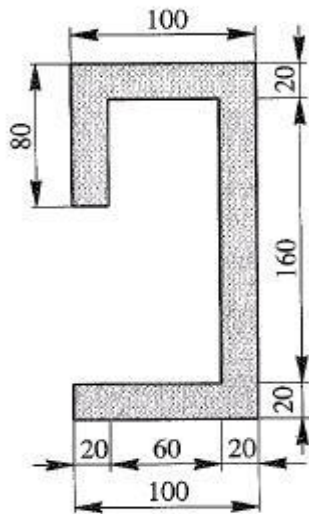
Het weerstandsmoment vind je door het traagheidsmoment te delen door de grootste vezelafstand.

$$W = 1672990,196 / (100 - 31,47) = 24412,53 \text{ mm}^3$$

Voorbeeld: Gegeven een "Half" koker profiel.

Bereken de hoogte van het zwaartepunt t.o.v. de grond.

Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment.



Uitwerking op volgend blad. Eerst zelf maken!

Uitwerking:

| <i>mm</i>     | <i>Breedte</i><br>b | <i>Hoogte</i><br>h | <i>Oppervlak</i><br>A | <i>Zwaartepunt afstand</i><br>y | <i>A*y</i> |
|---------------|---------------------|--------------------|-----------------------|---------------------------------|------------|
| <i>Deel 1</i> | 80                  | 20                 | 1600                  | 10                              | 16000      |
| <i>Deel 2</i> | 20                  | 200                | 4000                  | 100                             | 400000     |
| <i>Deel 3</i> | 60                  | 20                 | 1200                  | 190                             | 228000     |
| <i>Deel 4</i> | 20                  | 80                 | 1600                  | 160                             | 256000     |

**Zwaartepunt**

107,1428571

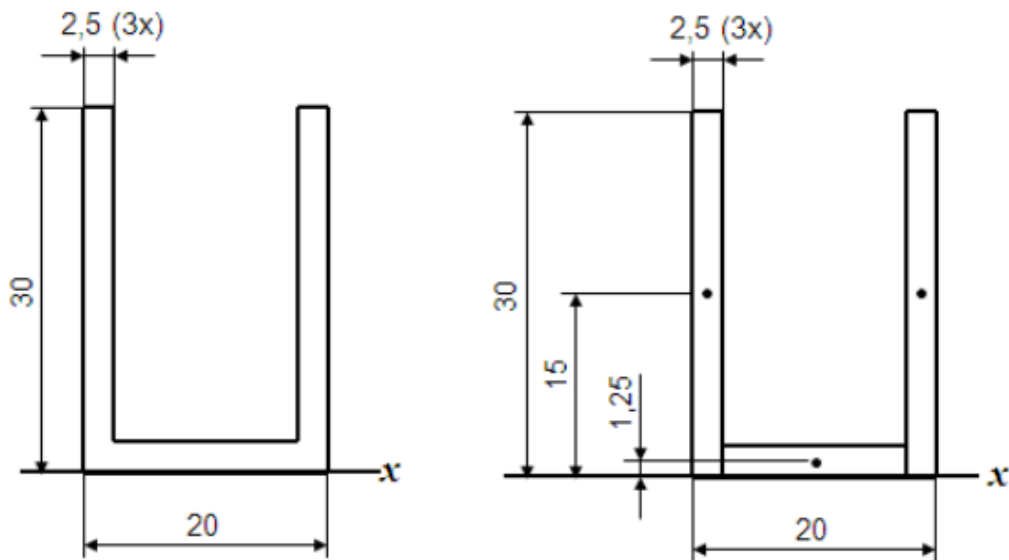
| <i>verschuivings faktor</i><br>a | <i>Eigen traagheidsmoment</i><br>I eigen | <i>Verschuiving a^2*A</i> | <i>Traagheidsmoment</i><br>I |
|----------------------------------|--|---------------------------|------------------------------|
| 97,14285714                      | 53333,33333                              | 15098775,51               | 15152108,84                  |
| 7,142857143                      | 13333333,33                              | 204081,6327               | 13537414,97                  |
| 82,85714286                      | 40000                                    | 8238367,347               | 8278367,347                  |
| 52,85714286                      | 853333,3333                              | 4470204,082               | 5323537,415                  |

**I totaal**

42291428,57

Nog een voorbeeld:

Verdeel de figuur in drie delen en geef per deel het eigen zwaartepunt aan.



Zwaartepunt bepalen:

|               | <i>Breedte</i> | <i>Hoogte</i> | <i>Oppervlak</i> | <i>Zwaartepunt afstand</i> | <i>A*y</i> |
|---------------|----------------|---------------|------------------|----------------------------|------------|
|               | b              | h             | A                | y                          |            |
| <b>Deel 1</b> | 2,5            | 30            | 75               | 15                         | 1125       |
| <b>Deel 2</b> | 15             | 2,5           | 37,5             | 1,25                       | 46,875     |
| <b>Deel 3</b> | 2,5            | 30            | 75               | 15                         | 1125       |
| Totaal        |                |               | 187,5            |                            | 2296,875   |
|               |                |               |                  | <b>Zwaartepunt</b>         | 12,25      |



## Het traagheidsmoment

|               | Breedte | Hoogte | Oppervl | Zwaartepunt        | A*y     | verschuivings | Eigen            | Verschuiving | Traagheidsmoment |
|---------------|---------|--------|---------|--------------------|---------|---------------|------------------|--------------|------------------|
|               | b       | h      | A       | y                  |         | faktor        | traagheidsmoment | $x^2 * A$    | I                |
| <b>Deel 1</b> | 2,5     | 30     | 75      | 15                 | 1125    | 2,75          | 5625             | 567,1875     | 6192,1875        |
| <b>Deel 2</b> | 15      | 2,5    | 37,5    | 1,25               | 46,875  | 11            | 19,53125         | 4537,5       | 4557,03125       |
| <b>Deel 3</b> | 2,5     | 30     | 75      | 15                 | 1125    | 2,75          | 5625             | 567,1875     | 6192,1875        |
|               | Totaal  |        | 187,5   |                    | 2296,88 |               |                  |              | <b>I totaal</b>  |
|               |         |        |         | <b>Zwaartepunt</b> | 12,25   |               |                  |              | 16941,40625      |
|               |         |        |         |                    |         |               |                  |              |                  |
|               |         |        |         |                    |         |               |                  |              |                  |

Tabel gemaakt met Excel.

Opmerking: in de bovenste tabel hebben ze voor de verschuivingsfactor de letter x gebruikt.

Het eigen traagheidsmoment per deel bereken je met de formule:

$$I_1 = 1/12 * b * h^3 \rightarrow \text{deel 1}$$

$$1/12 * 2,5 * 30^3 = 5625 \text{ mm}^4$$

$$I_2 = 1/12 * b * h^3 \rightarrow \text{deel 2}$$

$$1/12 * 15 * 2,5^3 = 19,53125 \text{ mm}^4$$

$$I_3 = 1/12 * b * h^3 \rightarrow \text{deel 3}$$

$$1/12 * 2,5 * 30^3 = 5625 \text{ mm}^4$$

De verschuiving bereken je per deel met de formule: verschuiving<sup>2</sup> x Oppervlakte

In de tabel is dit  $x^2 * A \rightarrow$  Zelf narekenen.

Het totale traagheidsmoment is de som van alle eigen traagheidsmomenten en alle verschuivingen.

Opdrachten:

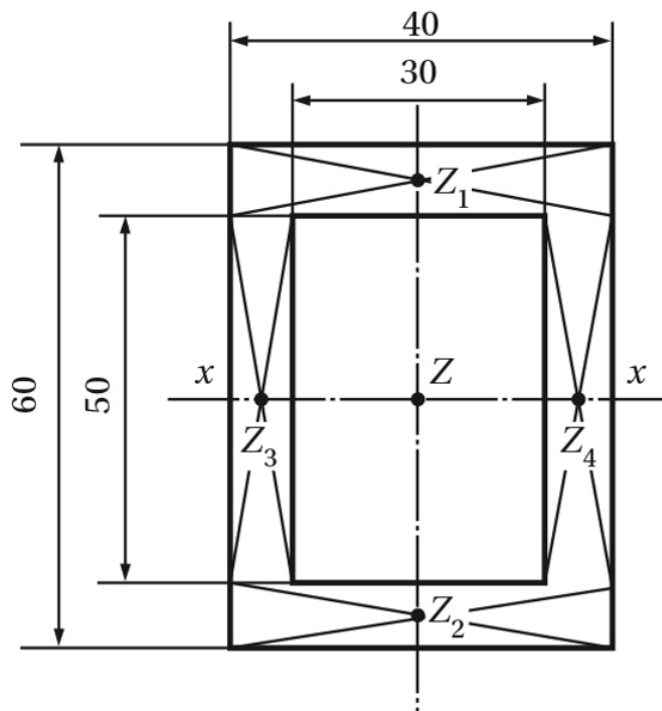
Opdracht 1 (Koker)

Bereken het traagheidsmoment op twee verschillende manieren in de Z-Z richting.

Manier 1 → Opdelen in 2 delen.

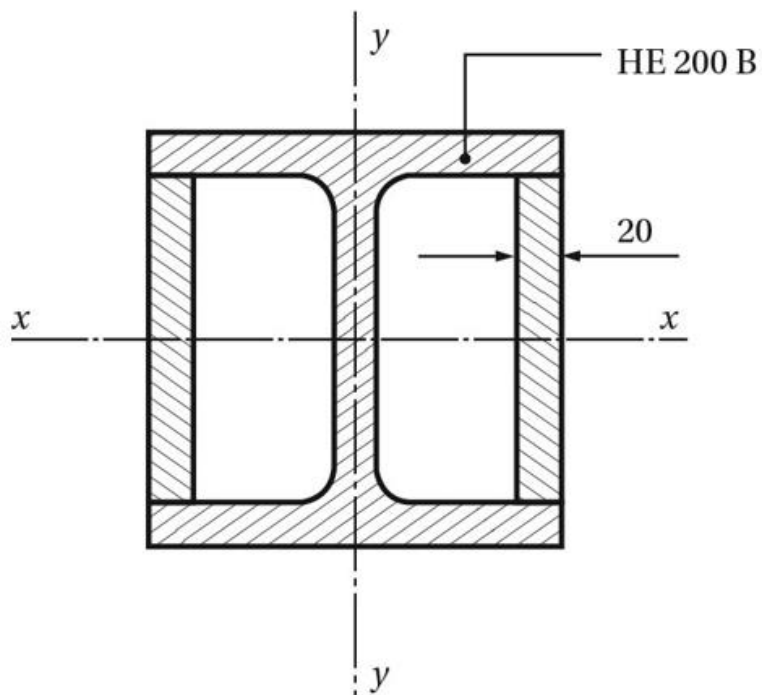
Manier 2 → Opdelen in 4 delen.

Bereken het weerstandsmoment.



Opdracht 2 (Kolom)

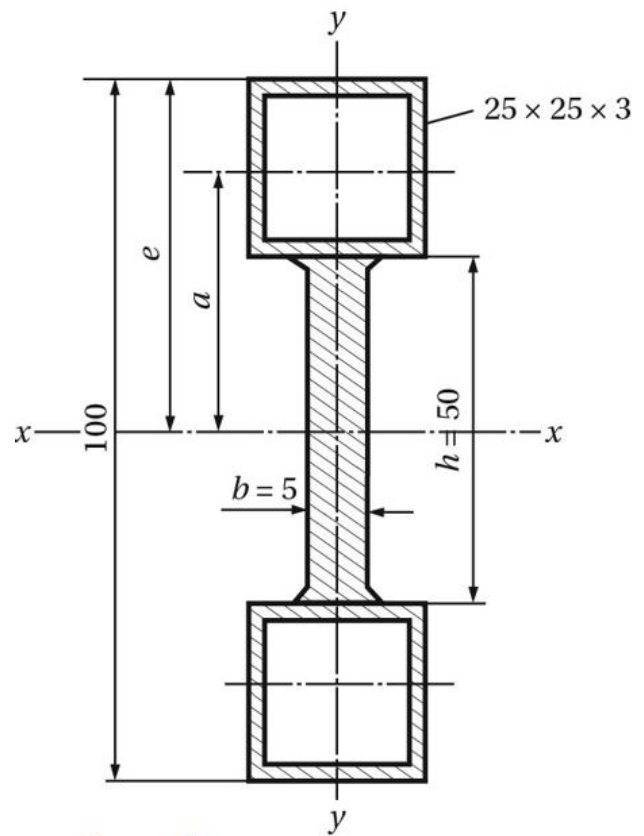
Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting en x-x richting. Let op wanneer je de verschuivingsstelling moet gebruiken!



### Opdracht 3 (I balk)

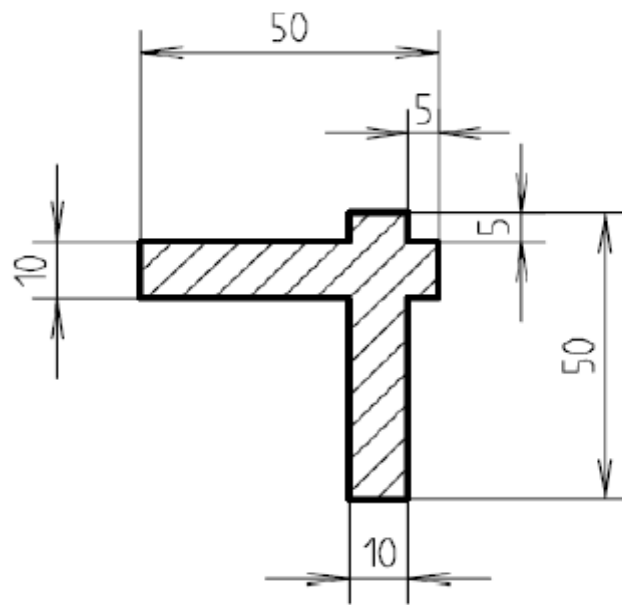
Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de  $y$ - $y$  richting en  $x$ - $x$  richting.

Afrondingen mag je verwaarlozen.



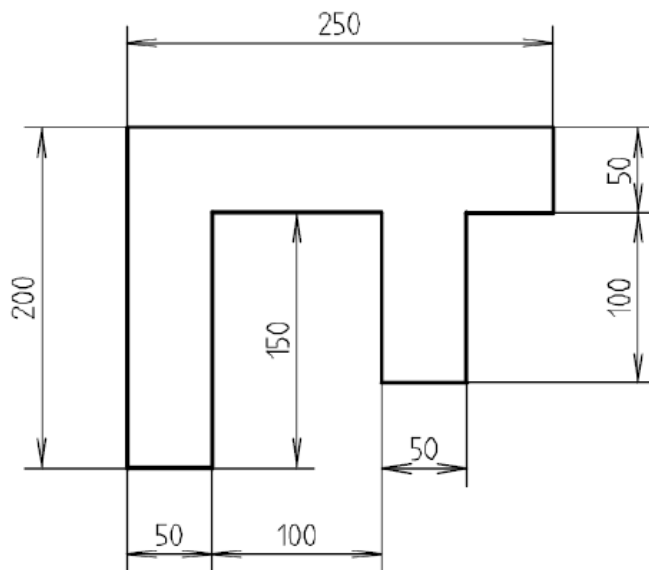
#### Opdracht 4 (Hoekstuk)

Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting en x-x richting.



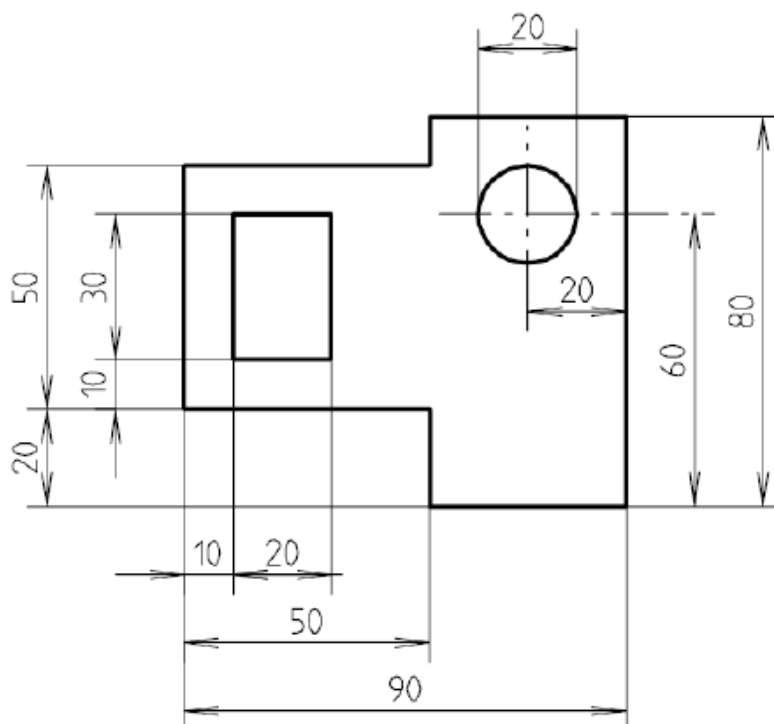
### Opdracht 5 (Letterprofiel)

Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting en x-x richting.



### Opdracht 6 (Plaat met gat en sleuf)

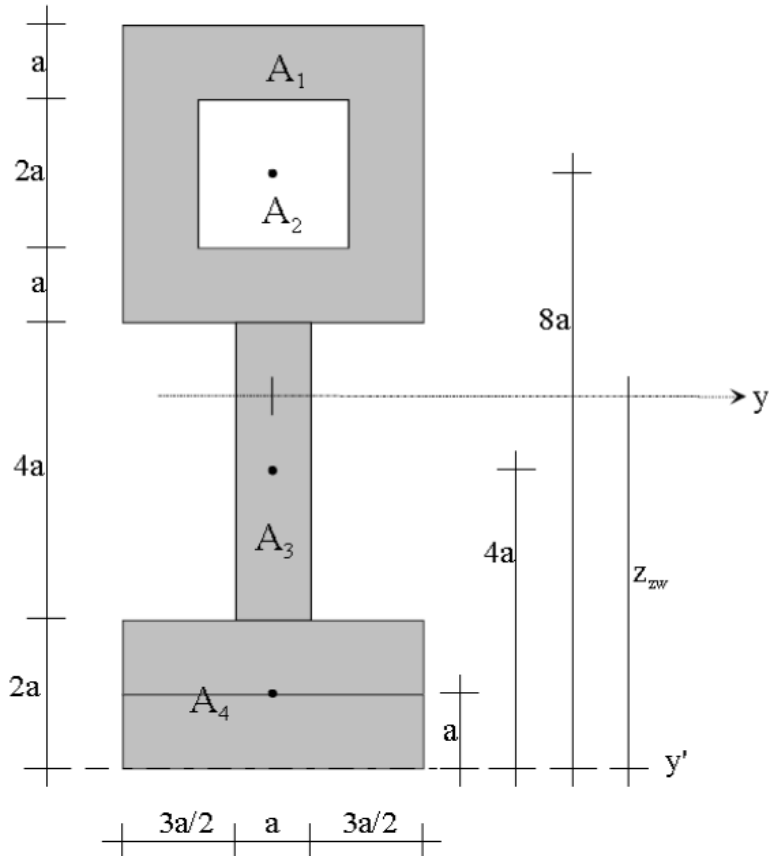
Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting en x-x richting.



### Opdracht 7

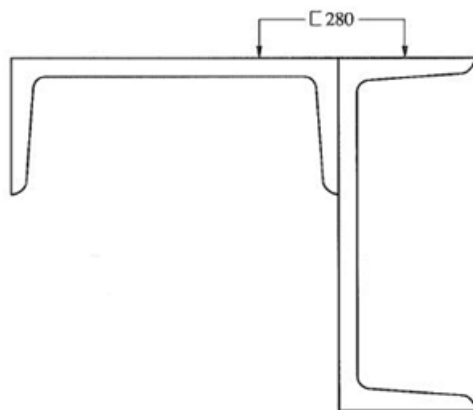
Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting.

Neem  $a = 50$



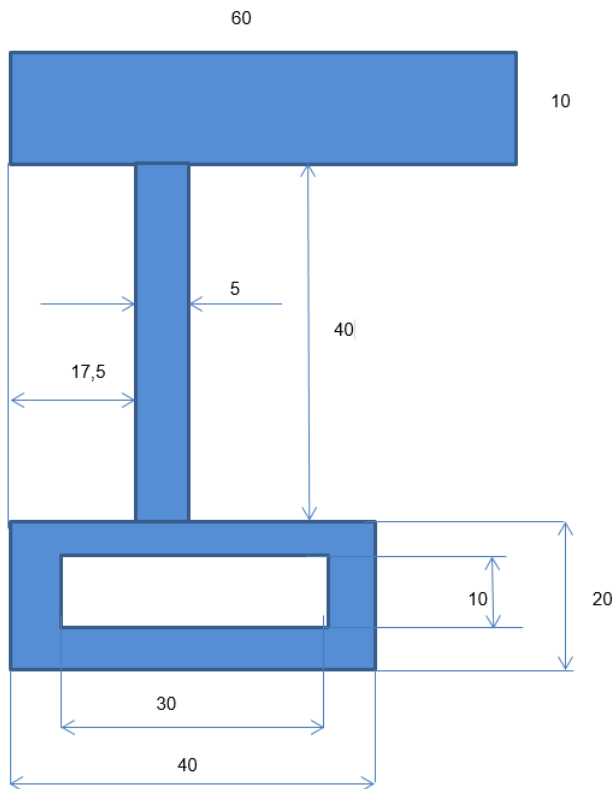
### Opdracht 8

Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting en x-x richting.



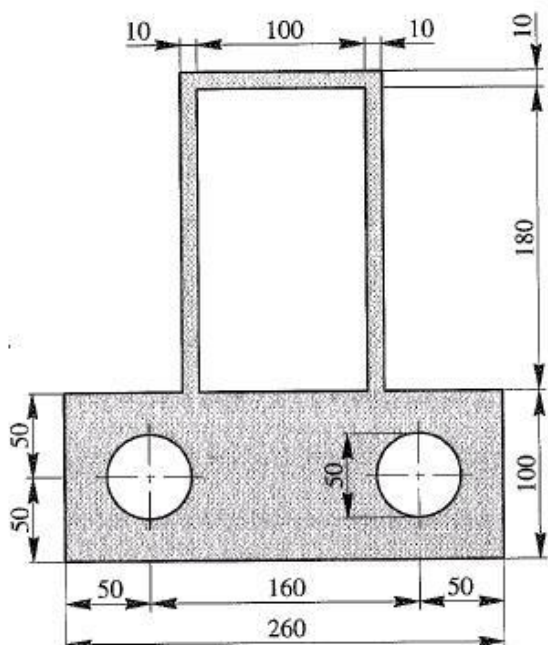
### Opdracht 9

Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting.



### Opdracht 10

Bereken het traagheidsmoment en het weerstandsmoment in de y-y richting.



Toepassingen:

Het zijn 6 pittige opgaven. Tip:

Eerst zelf maken, dan controleren !!

### Opgave 1

Een rechthoekige balk moet een buigend moment kunnen opnemen van 12 kNm t.o.v. de y-y as en een buigend moment van 16 kNm t.o.v. de z-z as

De balk heeft een breedte van 80 mm, waarbij de breedte evenwijdig loopt aan de y-y as.

De toelaatbare buigspanning is  $125 \text{ N/mm}^2$

Bereken:

1a Bereken het weerstandsmoment t.o.v. de y-y as en de z-z as.

1b Bereken de andere zijde van de balk.



Uitwerking:

$$\text{a. } \sigma_b = \frac{M_y}{W_y} \rightarrow 125 = \frac{12 \cdot 10^6}{W_y} \rightarrow W_y = 96 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_b = \frac{M_z}{W_z} \rightarrow 125 = \frac{16 \cdot 10^6}{W_z} \rightarrow W_z = 128 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$\text{b. } W_y = \frac{1}{6} \times bh^2$$

$$96 \times 10^3 = \frac{1}{6} \times 80 \times h^2 \rightarrow h = 84,85 \text{ mm}$$

$$W_z = \frac{1}{6} \times bh^2$$

$$128 \times 10^3 = \frac{1}{6} \times h \times 80^2 \rightarrow h = 120 \text{ mm}$$

$h = 120$  is maatgevend

## Opgave 2

Een balk met een rechthoekige doorsnede neemt t.o.v. de y-as een buigend moment op van 15 kNm en t.o.v. de z-as een buigend moment van 18 kNm.

De toelaatbare buigspanning is  $120 \text{ N/mm}^2$

De breedte van de balk is 80 mm.

Bereken:

- 1a Het weerstandsmoment t.o.v. de y-as.
- 1b Het weerstandsmoment t.o.v. de z-as.
- 1c De hoogte van de balk.

Uitwerking:

a.  $M_{by} = W_{by} \cdot x_b$

$$15 \times 10^3 = W_{by} \times 120$$

$$W_{by} = 125 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

b.  $M_b = W_{bz} \cdot x_b$

$$18 \times 10^6 = W_{bz} \times 120$$

$$W_{bz} = 150 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

c.  $W_{bz} = \frac{1}{6} b h^2$                        $W_{bz} = \frac{1}{6} \cdot h \cdot b^2$

$$125 \cdot 10^3 = \frac{1}{6} \cdot 80 \cdot h^2 \qquad 150 \cdot 10^3 = \frac{1}{6} \cdot h \cdot 80^2$$

$$h = 96,8 \text{ mm}$$

$$h = 140,625 \text{ mm}$$

Hoogte balk moet 140,625 mm zijn.

### Opgave 3

Zie tekening:

Gegeven een kolom.

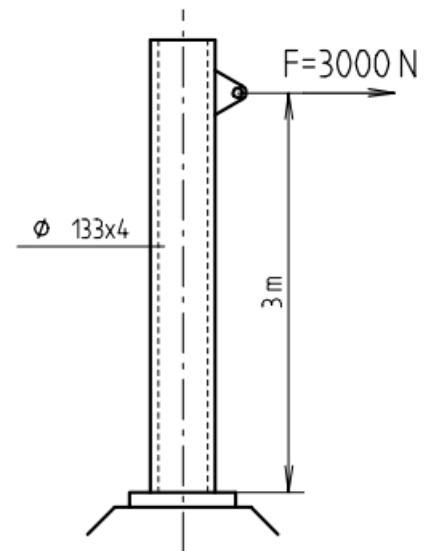
De kolom is gemaakt van een ronde stalen buis met een diameter van 133 mm en een wanddikte van 4 mm.

3a Bereken het weerstandsmoment van de buis.

3b Bereken de optredende buigspanning in de buisdoorsnede.

Antwoord:

$$W_b = 51699 \text{ mm}^3 \text{ en } \sigma_b = 174 \text{ N/mm}^2$$



### Opgave 4

Zie tekening:

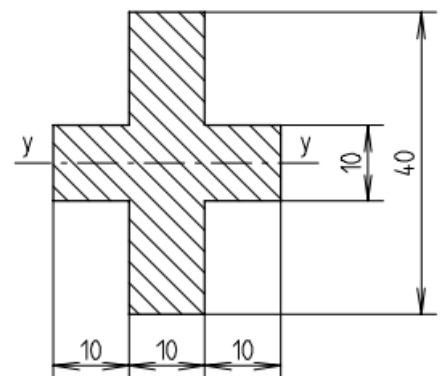
4.1 Bereken het traagheidsmoment over y-y.

4.2 Bereken het weerstandsmoment over y-y.

Uitwerking:

$$I_y \text{ totaal} = 55000 \text{ mm}^4 \text{ (afgerond)}$$

$$W_y = 2750 \text{ mm}^3$$

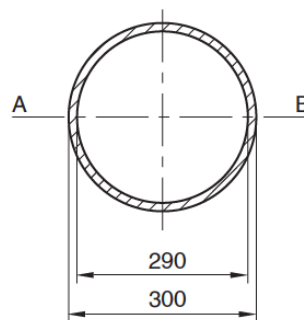
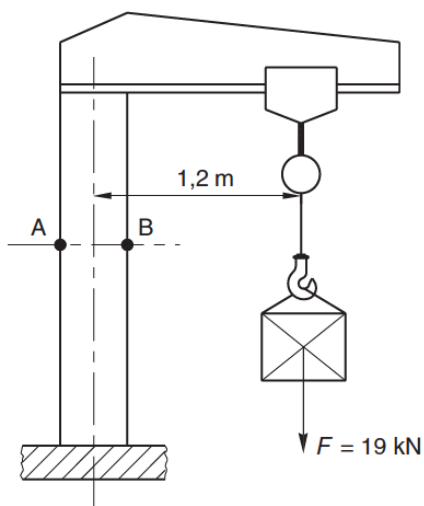


## Opgave 5

Gegeven een kraan.

Zie tekening:

- 5.a Bereken met de gegevens de buigspanning in doorsnede AB.
- 5.b Bereken de trek en drukspanningen in doorsnede AB
- 5.c Combineer de spanningen uit vraag 5a en 5b . Teken dit in een spanningsverloopgrafiek.



Oplossing:

5.a

$$M_b = W_b \cdot \sigma_b \Rightarrow$$

$$19 \cdot 10^3 \text{ N} \times 1,2 \cdot 10^3 \text{ mm} = 0,1 \times \frac{300^4 \text{ mm}^4 - 290^4 \text{ mm}^4}{300 \text{ mm}} \times \sigma_b \Rightarrow$$

$$\sigma_b = 66,6 \text{ N/mm}^2$$

5b

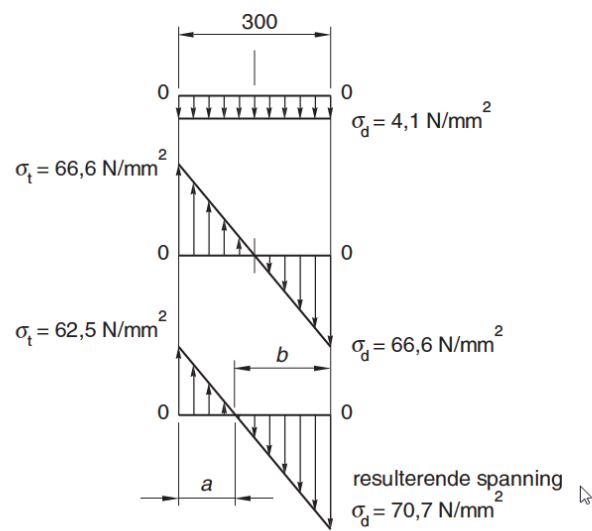
$$F = A \cdot \sigma_d \Rightarrow$$

$$19 \cdot 10^3 \text{ N} = \frac{\pi}{4} \times (300^2 \text{ mm}^2 - 290^2 \text{ mm}^2) \times \sigma_d \Rightarrow$$

$$\sigma_d = 4,1 \text{ N/mm}^2$$

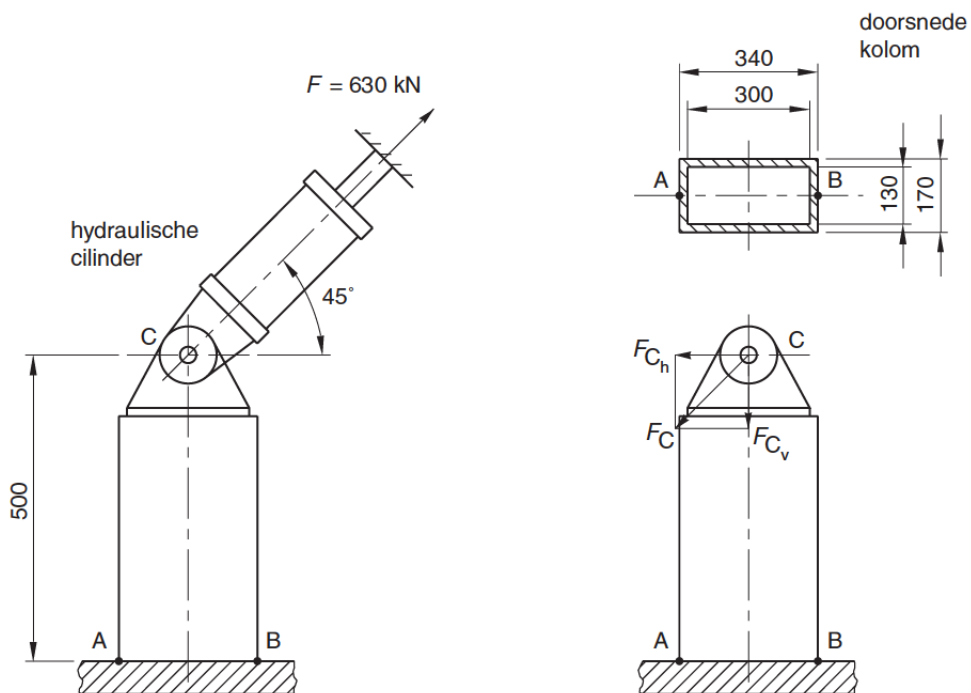
5c

Samengestelde belastingen



## Opgave 6

Zie figuur:



Bereken weer de optredende drukspanning, trekspanning en buigspanning in doorsnede AB en combineer deze spanningen.

Teken dit in een spanningsverloopgrafiek.

Oplossing:

$$F_{Cv} = \frac{630 \text{ kN}}{\sqrt{2}} = 445,5 \text{ kN}$$

In de doorsnede AB krijgen we door de kracht  $F_{Cv}$  een drukspanning die gelijk is aan:

$$\sigma_d = \frac{F_{Cv}}{A} \Rightarrow$$

$$\sigma_d = \frac{445,5 \cdot 10^3 \text{ N}}{340 \times 170 \text{ mm} - 300 \text{ mm} \times 130 \text{ mm}}$$

$$\sigma_d = 23,7 \text{ N/mm}^2$$

De kracht  $F$  veroorzaakt in punt C een horizontale kracht van:

$$F_{Ch} = \frac{630 \text{ kN}}{\sqrt{2}} = 445,5 \text{ kN}$$

De buigspanning in A en B is nu als volgt uit  $F_h \cdot l = \frac{I_y}{e} \cdot \sigma_b$  te bepalen:

$$445,5 \cdot 10^3 \text{ N} \times 500 \text{ mm} =$$

$$= \frac{\frac{1}{12} \times 170 \text{ mm} \times (340 \text{ mm})^3 - \frac{1}{12} \times 130 \text{ mm} \times (300 \text{ mm})^3}{170 \text{ mm}} \cdot \sigma_b$$

$$\sigma_b = 143,3 \text{ N/mm}^2$$

