

Kwadraat afsplitsen

$$\begin{aligned} \text{Als } a = 1, \text{ dan geldt } x^2 + bx + c &= (x + p)^2 + q \\ &= x^2 + 2px + p^2 + q \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a(x + p)^2 + q \\ &= ax^2 + 2apx + ap^2 + q \end{aligned}$$

Wat kunnen wij met kwadraat afsplitsen?

De coördinaten van de extreme waarde (minimum of maximum) aflezen uit de vorm $a(x + p)^2 + q$.

De coördinaten van de extreme waarde zijn $(-p, q)$.

a = positief



dalparabool

a = negatief



bergparabool

- Een dalparabool heeft een minimum.
- Een bergparabool heeft een maximum.

Stappenplan als a = 1:

1) Schrijf $x^2 + bx + c$ als $(x + p)^2 - p^2 + c$
 $p = \text{de helft van } b$

2) $-p^2 + c = q$
 $(x + p)^2 - p^2 + c =$
 $(x + p)^2 + q$

Voorbeelden met a = 1:

$$x^2 + 4x + 8$$

$$(a = 1, b = 4 \text{ en } c = 8)$$

1) $(x + 2)^2 - 2^2 + 8$

2) $(x + 2)^2 - 4 + 8 =$
 $(x + 2)^2 + 4$

$$x^2 - 10x - 5$$

$$(a = 1, b = -10 \text{ en } c = -5)$$

1) $(x - 5)^2 - (-5)^2 - 5$

2) $(x - 5)^2 - 25 - 5 =$
 $(x - 5)^2 - 30$

Stappenplan als $a \neq 1$:

1) Haal a buiten de haakjes (tip: haal alleen a buiten de haakjes bij $ax^2 + bx$).
--> Dan krijg je $a(x^2 + \frac{b}{a}x) + c$

2) Schrijf $x^2 + \frac{b}{a}x$ als $(x + p)^2 - p^2$

$$p = \text{de helft van } \frac{b}{a}$$

--> Dan krijg je $a((x + p)^2 - p^2) + c$

3) Werk de buitenste haakjes weg, dit doe je door $a \cdot (x + p)^2$ en $a \cdot -p^2$.

--> Dan krijg je $a(x + p)^2 - ap^2 + c$

! $a(x + p)^2$ werk je NIET verder uit !

4) $-ap^2 + c = q$

$$a(x + p)^2 - ap^2 + c =$$

$$a(x + p)^2 + q$$

Voorbeelden met $a \neq 1$:

$$3x^2 - 9x - 12$$

$$(a = 3, b = 9 \text{ en } c = -12)$$

1) $3(x^2 - 3x) - 12$

2) $3((x - 1,5)^2 - (-1,5)^2) - 12 =$

$$3((x - 1,5)^2 - 2,25) - 12 =$$

3) $3(x - 1,5)^2 - 3 \cdot 2,25 - 12 =$

$$3(x - 1,5)^2 - 6,75 - 12 =$$

4) $3(x - 1,5)^2 - 18,75$

$$-6x^2 - 10x + 22$$

$$(a = -6, b = -10 \text{ en } c = 22)$$

1) $-6(x^2 + \frac{10}{6}x) + 22$

2) $-6((x + \frac{5}{6})^2 - (\frac{5}{6})^2) + 22 =$

$$-6((x + \frac{5}{6})^2 - \frac{25}{36}) + 22 =$$

3) $-6(x + \frac{5}{6})^2 - 6 \cdot -\frac{25}{36} + 22 =$

$$-6(x + \frac{5}{6})^2 + \frac{25}{6} + 22 =$$

4) $-6(x + \frac{5}{6})^2 + 26\frac{1}{6}$

Merkwaardige producten

$$(x + b)^2 = x^2 + 2bx + b^2$$

$$(x - b)^2 = x^2 - 2bx + b^2$$

Kwadraat afsplitsen in de algemene vorm

$$ax^2 + bx + c = a(x + p)^2 + q$$

$$ax^2 + bx + c = ax^2 + 2apx + ap^2 + q$$

$$a = a$$

$$b = 2ap$$

$$c = ap^2 + q$$

$$\frac{b}{2a} = p$$

$$c - ap^2 = q$$

$$c - a \frac{b^2}{4a^2} = q$$

$$c - \frac{b^2}{4a} = q$$

$$y = a(x + p)^2 + q$$

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + c - \frac{b^2}{4a}$$