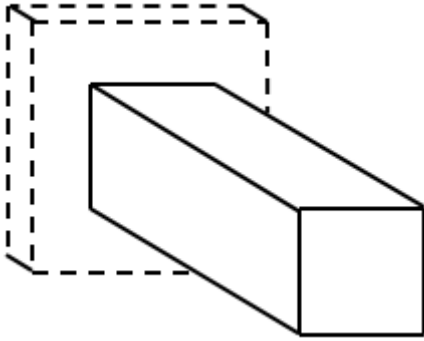


Werkcollege 5 - "Boutverbindingen"

Opgave 1: Kopplaatverbinding met gewone bouten

Een staaf is door middel van een kopplaat ($t_p = 15$ mm, S275) en gewone bouten M20, klasse 10.9 verbonden met een onvervormbaar geachte constructie.



Bepaal het nodige aantal bouten en de plaatsing

- (i) indien enkel een normaalkracht $N_{Ed} = 400$ kN moet worden overgedragen
- (ii) indien enkel een schuifkracht $V_{Ed} = 200$ kN moet worden overgedragen
- (iii) indien de verbinding zowel aan een normaalkracht N_{Ed} als een dwarskracht V_{Ed} is onderworpen

Oplissing:

Gegevens:

- Kopplaat $t_p = 15$ mm
Staalkwaliteit S275 $\Rightarrow f_y = 275$ N/mm² en $f_u = 430$ N/mm²
- Bouten M20 $\Rightarrow d = 20$ mm ; $d_0 = 22$ mm ; $A_s = 245$ mm² ; $d_m = 32,4$ mm
Klasse 10.9 $\Rightarrow f_{ub} = 1000$ N/mm² en $f_{yb} = 0,9 \cdot 1000 = 900$ N/mm²

- (i) Verbinding onderworpen aan een normaalkracht N_{Ed}

Wanneer de kopplaatverbinding onderworpen wordt aan een normaalkracht, zullen de bouten op trek belast zijn. De bouten moeten dus een trekkracht in de richting van de boutsteel overdragen en hiertoe moeten twee bezwijktoestanden nagekeken worden: breuk van de bout en ponsweerstand.

- Breuk van de bout

$$F_{t,Rd} = 0,9 \cdot A_s \cdot \frac{f_{ub}}{\gamma_{M2}} = 0,9 \cdot 245 \cdot \frac{1000}{1,25} = 176,4 \text{ kN}$$

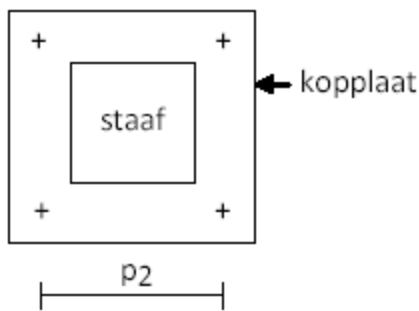
- Ponsweerstand

$$B_{p,Rd} = 0,6 \cdot \pi \cdot d_m \cdot t_p \cdot \frac{f_u}{\gamma_{M2}} = 0,6 \cdot \pi \cdot 32,4 \cdot 15 \cdot \frac{430}{1,25} = 315,1 \text{ kN}$$

Breuk van de bout zal dus bepalend zijn voor de sterkte van de boutverbinding. Het nodige aantal bouten bedraagt:

$$n = \frac{N_{Ed}}{F_{t,Rd}} = \frac{400}{176,4} = 2,27$$

Er zullen aldus minstens 3 bouten geplaatst moeten worden. Deze bouten moeten dan zodanig geplaatst worden dat hun zwaartepunt op de werklijn van de trekkracht N_{Ed} gelegen is, zoniet wordt de verbinding excentrisch belast en nemen niet alle bouten een even grote kracht op. Daartoe zouden de bouten op de hoekpunten van een gelijkzijdige driehoek moeten geplaatst worden. Dit wordt in de praktijk echter niet gedaan. Men neemt 4 bouten en plaatst ze zoals aangegeven in onderstaande figuur.



De voorwaarden voor de tussenafstand van de bouten zijn hier niet van toepassing. We nemen wel een minimale tussenafstand p_2 om de sleutel op de boutkop te kunnen plaatsen:

$$p_2 = 2,4 \cdot d_o = 2,4 \cdot 22 = 52,8 \text{ mm}$$

- (ii) Verbinding onderworpen aan een schuifkracht V_{Ed}

Een passende boutverbinding zal schuifkrachten overdragen door stuikdruk. Er moeten opnieuw twee bezwijktoestanden nagekeken worden: sterkte tegenover afschuiving en diametrale stuikdruk.

- Sterkte tegenover afschuiving

$$F_{v,Rd} = \frac{\alpha_v \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{M2}}$$

Hierin is $\alpha_v = 0,5$ aangezien de bout behoort tot sterkteklasse 10.9 en er stilzwijgend verondersteld wordt dat het schuifvlak door de schroefdraad gaat.

$$\Rightarrow F_{v,Rd} = \frac{0,5 \cdot 1000 \cdot 245}{1,25} = 98 \text{ kN}$$

- Diametrale stuikdruk

$$F_{b,Rd} = 2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t_p / \gamma_{M2}$$

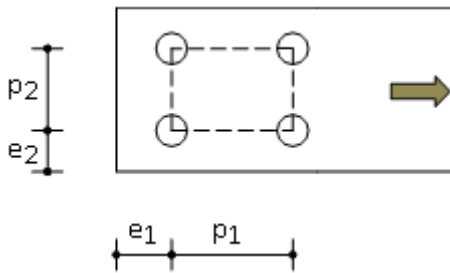
$$\alpha = \min \left\{ \frac{e_1}{3 d_o} ; \frac{p_1}{3 d_o} - 0,25 ; \frac{f_{ub}}{f_u} ; 1 \right\}$$

Om de waarde van α te bepalen moeten we de randafstanden en tussenafstanden van de bouten kennen. Aangezien deze a priori nog niet gekend zijn, nemen we de minimale afstanden. Deze minimale afstanden worden ook steeds afgerond op een veelvoud van 5:

$$e_1 = 1,2 \cdot d_o = 1,2 \cdot 22 = 26,4 \text{ mm} \Rightarrow e_1 = 30 \text{ mm}$$

$$p_1 = 2,2 \cdot d_o = 2,2 \cdot 22 = 48,4 \text{ mm} \Rightarrow p_1 = 50 \text{ mm}$$

$$p_2 = 2,4 \cdot d_o = 2,4 \cdot 22 = 52,8 \text{ mm} \Rightarrow p_2 = 55 \text{ mm}$$



$$\Rightarrow \alpha = \min \left\{ \frac{e_1}{3 d_o} = \frac{30}{3 \cdot 22} = 0,4545 ; \frac{p_1}{3 d_o} - 0,25 = \frac{50}{3 \cdot 22} - 0,25 = 0,5075 ; \frac{f_{ub}}{f_u} = \frac{1000}{430} = 2,32 ; 1 \right\}$$

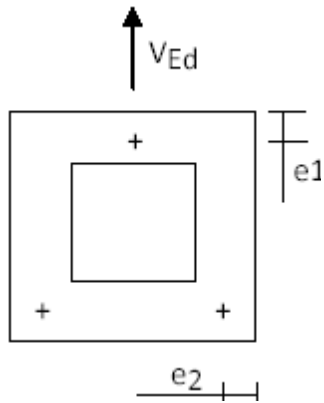
$$= 0,4545$$

$$\Rightarrow F_{b,Rd} = 2,5 \cdot 0,4545 \cdot 430 \cdot 20 \cdot 15 / 1,25 = 117,2 \text{ kN}$$

De sterkte van de bout tegenover afschuiving is dus bepalend. Het nodige aantal bouten bedraagt:

$$n = \frac{V_{Ed}}{F_{v,Rd}} = \frac{200}{98} = 2,04$$

Opnieuw in het minimale aantal bouten gelijk aan 3 en geldt er dat het zwaartepunt van de bouten op de werklijn van de aangrijpende schuifkracht gelegen moet zijn. Een mogelijke plaatsing van de bouten wordt aangeduid op volgende figuur waarbij de randafstanden gerespecteerd worden.



Indien deze boutenconfiguratie toch voor moeilijkheden zou zorgen, kan men uiteraard ook opnieuw 4 bouten nemen en op dezelfde manier plaatsen als in (i).

(iii) Verbinding onderworpen aan een trekkracht N_{Ed} en een schuifkracht V_{Ed}

Wanneer bouten tegelijkertijd aan schuifkrachten en trekkrachten onderworpen zijn, moet het nazicht gebeuren op basis van interactiekrommen. Dit vertaalt zich in 4 voorwaarden:

1) Interactie

$$\frac{F_{Ed}}{1,4 \cdot F_{t,Rd}} + \frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} \leq 1 \Rightarrow \frac{F_{Ed}}{1,4 \cdot 176,4} + \frac{F_{v,Ed}}{98} \leq 1$$

2) Treksterkte bout

$$F_{t,Ed} \leq F_{t,Rd} = 176,4 \text{ kN}$$

3) Ponsweerstand

$$F_{t,Ed} \leq B_{p,Rd} = 315,1 \text{ kN}$$

4) Stuikdruk

$$F_{v,Ed} \leq F_{b,Rd} = 117,2 \text{ kN}$$

Zij m het aantal nodige bouten. Per bout geldt er:

$$F_{t,Ed} = \frac{400 \text{ kN}}{m} \quad \text{en} \quad F_{v,Ed} = \frac{200 \text{ kN}}{m}$$

De voorwaarden worden dan:

$$1) m \geq \frac{400}{1,4 \cdot 176,4} + \frac{200}{98} = 3,66$$

$$2) m \geq \frac{400 \text{ kN}}{176,4 \text{ kN}} = 2,26$$

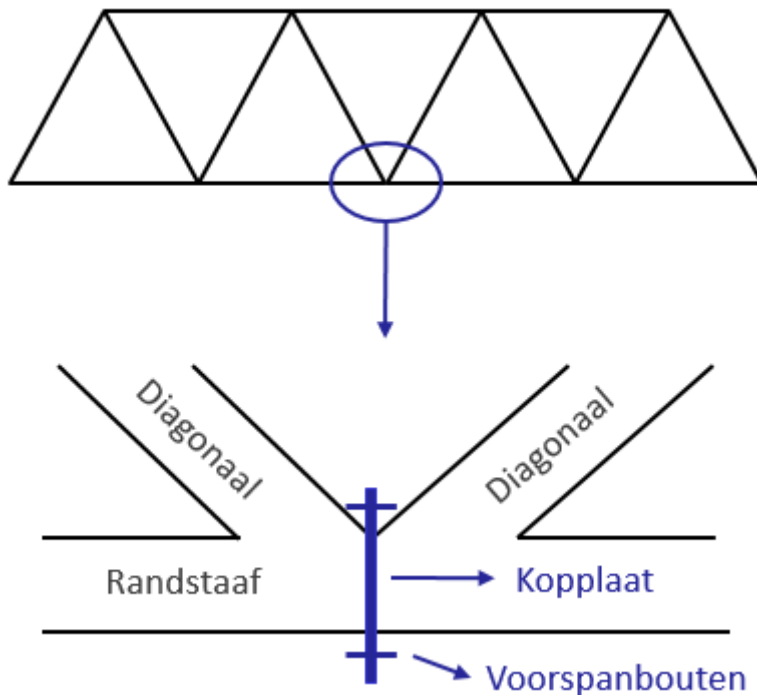
$$3) m \geq \frac{400 \text{ kN}}{315 \text{ kN}} = 1,27$$

$$4) m \geq \frac{200 \text{ kN}}{117,2 \text{ kN}} = 1,71$$

De eerste voorwaarde (interactie) is dus de strengste. Er zullen dus minstens 4 bouten geplaatst moeten worden waarbij hun zwaartepunt op de werklijn van zowel N_{Ed} als V_{Ed} moet liggen. Alle minimale rand- en tussenafstanden werden reeds bepaald in (ii). We nemen aldus een boutenconfiguratie zoals in (i) waarbij de rand- en tussenafstanden gerespecteerd worden.

Opgave 2: Kopplaatverbinding met voorspanbouten

Gegeven een driehoeksvakwerk waarbij de knopen vier staven ontvangen, aan elke zijde is er een randstaaf en een diagonaal. De randstaaf en de diagonaal zijn vastgelast aan een kopplaat ($t_p = 15 \text{ mm}$, S355) en de kopplaten worden met voorgespannen bouten (M20, 8.8) verenigd. De krachten in de knoop zijn $N_{Ed} = 400 \text{ kN}$, $V_{Ed} = 200 \text{ kN}$. De contactoppervlakken zijn gezandstraald.



Bepaal het nodige aantal bouten en de plaatsing in de uiterste grenstoestand in de onderstelling dat

- (i) enkel N_{Ed} werkzaam is
- (ii) enkel V_{Ed} werkzaam is
- (iii) N_{Ed} en V_{Ed} de knoop belasten

Oplissing:

Gegevens:

- Kopplaat $t_p = 15 \text{ mm}$
Staalkwaliteit S355 $\Rightarrow f_y = 355 \text{ N/mm}^2$ en $f_u = 510 \text{ N/mm}^2$
- Bouten M20 $\Rightarrow d = 20 \text{ mm}$; $d_0 = 22 \text{ mm}$; $A_s = 245 \text{ mm}^2$; $d_m = 32,4 \text{ mm}$
Klasse 8.8 $\Rightarrow f_{ub} = 800 \text{ N/mm}^2$ en $f_{yb} = 0,8 \cdot 800 = 640 \text{ N/mm}^2$

- (i) Enkel N_{Ed} werkzaam

De bezwijktoestand van een voorgespannen bout die op trek belast wordt is dezelfde als deze van een passende bout. Net als in opgave 1 dienen dus volgende twee voorwaarden nagekeken te worden:

- Breuk van de bout

$$F_{t,Rd} = 0,9 \cdot A_s \cdot \frac{f_{ub}}{\gamma_{M2}} = 0,9 \cdot 245 \cdot \frac{800}{1,25} = 141 \text{ kN}$$

- Ponsweerstand

$$B_{p,Rd} = 0,6 \cdot \pi \cdot d_m \cdot t_p \cdot \frac{f_u}{\gamma_{M2}} = 0,6 \cdot \pi \cdot 32,4 \cdot 15 \cdot \frac{510}{1,25} = 374 \text{ kN}$$

Net als in opgave 1 zal breuk van de bout bepalend zijn voor de sterkte van de boutverbinding. Het nodige aantal bouten bedraagt:

$$n_1 = \frac{N_{Ed}}{F_{t,Rd}} = \frac{400}{141} = 2,83$$

Er zijn minimaal 3 bouten nodig, maar om praktische redenen zal men opnieuw kiezen om 4 bouten te plaatsen (zie opgave 1).

- (ii) Enkel V_{Ed} werkzaam

Overdracht van schuifkrachten bij voorgespannen bouten gebeurt door wrijving tussen de plaatstroken.

$$F_{s,Rd} = k_s \cdot n \cdot \mu \cdot \frac{P}{\gamma_{Ms}}$$

Voorspankracht: $P = 0,7 \cdot f_{ub} \cdot A_s = 0,7 \cdot 800 \cdot 245 = 137,2 \text{ kN}$

$$\left. \begin{array}{l} k_s = 1 \\ \gamma_{M2} \end{array} \right\} \text{coëfficiënten voor een normaal boutgat in UGT}$$

$\mu = 0,5$ (gezandstraald oppervlak)

$n = 1$ (één contactoppervlak tussen de twee kopplaten)

$$\Rightarrow F_{s,Rd} = 1 \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot \frac{137,2}{1,25} = 54,88 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow n_2 = \frac{V_{Ed}}{54,8} = \frac{200}{54,8} = 3,65$$

Er dienen vier bouten geplaatst te worden. We nemen hiervoor opnieuw dezelfde schikking van de bouten als in opgave 1 (i).

(iii) Zowel N_{Ed} als V_{Ed} werkzaam

De schuifsterkte van de boutverbinding wordt nu gegeven door volgende voorwaarde (de uitdrukking is dezelfde als het geval waarbij N_{Ed} niet werkzaam is, maar de klemkracht wordt gereduceerd met 80%):

$$F_{s,Rd} = k_s \cdot n \cdot \mu \cdot (P - 0,8 \cdot F_{t,Ed}) / \gamma_{Ms,UGT}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{Ed}}{n_3} = k_s \cdot n \cdot \mu \cdot \left(P - 0,8 \cdot \frac{N_{Ed}}{n_3} \right) / \gamma_{Ms,UGT}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{Ed}}{n_3} = \frac{k_s \cdot n \cdot \mu \cdot P}{\gamma_{Ms}} - \frac{0,8 \cdot k_s \cdot n \cdot \mu}{\gamma_{Ms}} \cdot \frac{N_{Ed}}{n_3}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{Ed}}{n_3} + 0,8 \cdot 0,4 \cdot \frac{N_{Ed}}{n_3} = 0,4 \cdot P \quad \left(\frac{k_s \cdot n \cdot \mu}{\gamma_{Ms}} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 0,5}{1,25} = 0,4 \right)$$

$$\Rightarrow n_3 = \frac{V_{Ed} + 0,8 \cdot 0,4 \cdot N_{Ed}}{0,4 \cdot P} = \frac{200 + 0,8 \cdot 0,4 \cdot 400}{0,4 \cdot 137,2} = 5,98$$

We hebben bijgevolg 6 bouten nodig. In beginsel moet ook de boutbreuk en de ponsweerstand getoetst worden, maar vermits hieraan reeds met 4 bouten wordt tegemoetgekomen (cf. supra) zullen de voorwaarden a fortiori met 6 bouten vervuld zijn.

Ten slotte moet enkel nog de stuikdruk gecontroleerd worden:

$$F_{b,Rd} = 2,5 \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t_p / \gamma_{M2}$$

$$\alpha = \min \left\{ \frac{e_1}{3 d_o} ; \frac{p_1}{3 d_o} - 0,25 ; \frac{f_{ub}}{f_u} ; 1 \right\}$$

De minimale rand- en tussenafstanden zij dezelfde als in opgave 1:

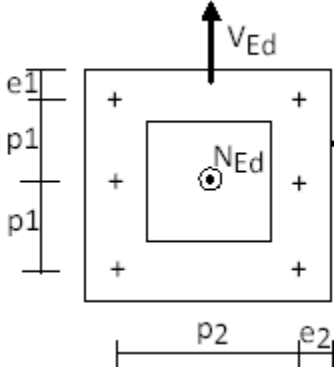
$$e_1 = 30 \text{ mm} ; p_1 = 50 \text{ mm} ; p_2 = 55 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \alpha = \min \left\{ \frac{30}{3 \cdot 22} = 0,4545 ; \frac{50 - 0,25}{3 \cdot 22} = 0,51 ; \frac{800}{510} = 1,57 ; 1 \right\} = 0,4545$$

$$\Rightarrow F_{b,Rd} = 2,5 \cdot 0,4545 \cdot 510 \cdot 20 \cdot 15 / 1,25 = 139 \text{ kN}$$

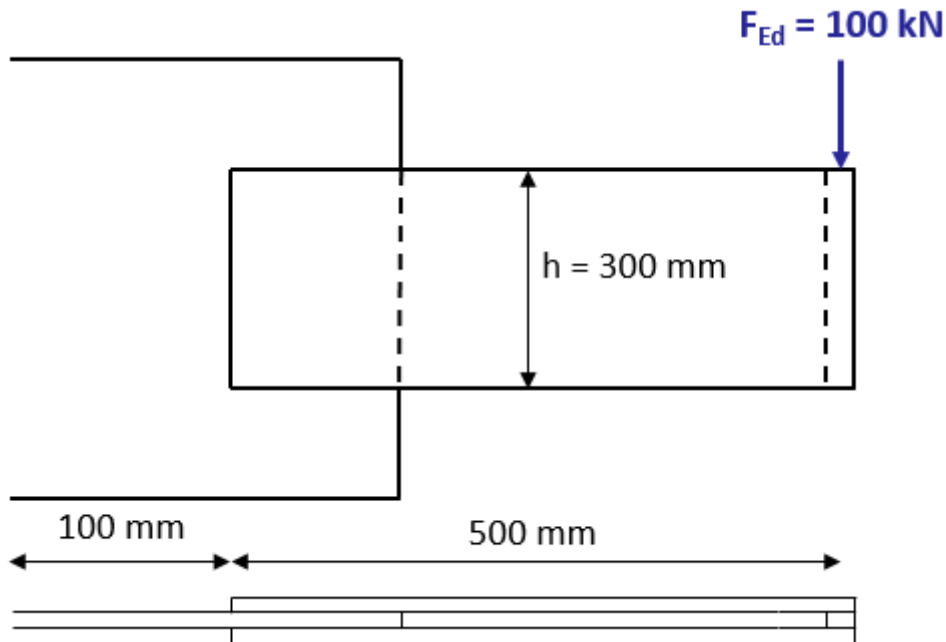
$$F_{b,Rd} = 139 \text{ kN} \geq F_{s,Ed} = \frac{200}{6} = 33,3 \text{ kN} \rightarrow OK$$

De stuikdruk is aldus niet bepalend. Voor de schikking van de bouten dient zoals altijd het zwaartepunt op de werklijn van V_{Ed} en N_{Ed} te liggen. We nemen dus volgende schikking:



Opgave 3: Ontwerp van een boutverbinding onderworpen aan een dwarskracht en een moment

Twee stalen strippen ($t = 10 \text{ mm}$, S275) zijn door middel van een boutverbinding vastgemaakt aan een schetsplaat (S275) met gewone bouten M16, klasse 8.8. De schuifvlakken gaan door de schroefdraad. De strippen worden aan hun uiteinde onderworpen aan een verticale belasting van 100 kN.



Bepaal het nodige aantal bouten en de bijhorende schikking alsook de minimale waarde van de dikte t_p van de schetsplaat.

- via de elastische verdeling van de schuifkrachten
- via de plastische verdeling van de schuifkrachten.

Oplossing:

- Elastische berekening

De bouten in de gegeven verbinding zullen belast worden op afschuiving door de aangrijpende kracht. Aangezien het hier gewone bouten betreft, bepalen we eerst de afschuifweerstand van één bout en de weerstand tegen stuikdruk.

- Afschuifweerstand

$$F_{V,Rd} = 2 \cdot \frac{\alpha_v \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{M2}} \quad (\text{opgelet: formule } \times 2 \text{ want er zijn 2 afschuifvlakken!})$$

$\alpha_v = 0,6$ aangezien de bouten behoren tot sterkteklasse 8.8 en het schuifvlak door de schroefdraad gaat.

$$\Rightarrow F_{V,Rd} = 2 \cdot \frac{0,6 \cdot 800 \cdot 157}{1,25} = 120,6 \text{ kN}$$

2) Diametrale stuikdruk

De weerstand tegen stuikdruk van de bouten is afhankelijk van hun schikking (rand- en tussenafstanden). Deze schikking is nog niet gekend én omdat de verbinding zowel aan een kracht als aan een moment onderworpen is, is het moeilijk om een onderscheid te maken tussen de richting volgens de kracht en de richting loodrecht op de kracht. Om deze reden nemen we aan dat $e_1 = e_2 = e$ en $p_1 = p_2 = p$. We nemen dan opnieuw de minimale rand- en tussenafstanden:

$$e = 1,2 \cdot d_o = 1,2 \cdot 18 = 21,6 \text{ mm} \Rightarrow e = 25 \text{ mm}$$

$$p = 2,4 \cdot d_o = 2,4 \cdot 18 = 43,2 \text{ mm} \Rightarrow p = 45 \text{ mm}$$

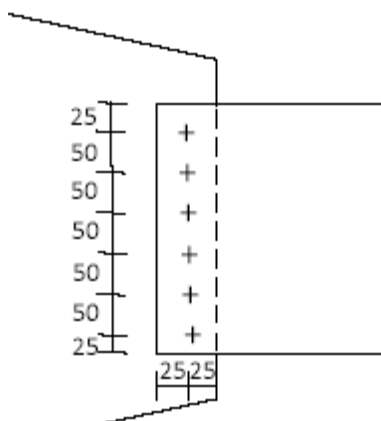
Om de afmetingen van de schetsplaat te minimaliseren (minimale kost van het staal), gaan we vooreerst uit van één boutenrij. Het maximale aantal bouten in één rij bedraagt:

$$n = \frac{300 - 2 \cdot e}{p} + 1 = \frac{300 - 2 \cdot 25}{45} + 1 = 6,56$$

Volgens de gegeven minimale tussen- en randafstanden zullen er dus maximaal 6 bouten in één rij geplaatst kunnen worden. De randafstand van de bouten blijft 25 mm, maar de tussenafstand wordt nu:

$$p_1 = \frac{300 - 2 \cdot e}{6 - 1} = \frac{300 - 2 \cdot 25}{6 - 1} = 50 \text{ mm}$$

De schikking van de bouten wordt hieronder weergegeven. Met deze schikking kunnen we dan de weerstand tegen stuikdruk bepalen.



$$\alpha = \min \left\{ \frac{e_1}{3 d_o} = \frac{25}{3 \cdot 18} = 0,463; \frac{p_1}{3 d_o} - 0,25 = \frac{50}{3 \cdot 18} - 0,25 = 0,68; \frac{f_{ub}}{f_u} = \frac{800}{430} = 1,86; 1 \right\}$$

$$= 0,463$$

$$F_{b,Rd} = 2 \cdot 2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t_p / \gamma_{M2} \quad (\text{opgelet: opnieuw formule } \times 2 \text{ want er zijn 2 plaatstrippen!})$$

$$\Rightarrow F_{b,Rd} = 2 \cdot 2,5 \cdot 0,463 \cdot 430 \cdot 16 \cdot 10 / 1,25 = 127,4 \text{ kN}$$

Nu de weerstand van de individuele bouten gekend is, kunnen we nagaan als één boutenrij van 6 bouten voldoende is om de verticale kracht op de strippen op te nemen. Daartoe vertalen we de verticale kracht op de strippen in een verticale kracht F_{Ed} en een buigend moment M_{Ed} die aangrijpen in het zwaartepunt van de boutenrij.

$$F_{Ed} = 100 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 100 \text{ kN} \cdot (500 - e) = 100 \text{ kN} \cdot 475 \text{ mm} = 47500 \text{ kNmm}$$

De verticale kracht onderwerpt de alle bouten aan eenzelfde verticale belasting:

$$Q_{V,Ed} = \frac{F_{Ed}}{6} = \frac{100}{6} = 16,7 \text{ kN}$$

De kracht in de bouten door het moment is steeds horizontaal. Hierbij zijn de bovenste en onderste bout het zwaarst belast, aangezien de hefboomsarm tot het zwaartepunt het grootst is.

$$Q_{H,Ed} = \frac{M_{Ed} \cdot y_i}{\sum y_i^2} = \frac{47500 \cdot (150 - e)}{2 \cdot (p/2)^2 + 2 \cdot (p/2 + p)^2 + 2 \cdot (p/2 + p)^2} = 136 \text{ kN}$$

De resulterende kracht in de meest belaste bouten is:

$$Q_{Ed} = \sqrt{Q_{H,Ed}^2 + Q_{V,Ed}^2} = \sqrt{16,7^2 + 136^2} = 137 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow Q_{Ed} > F_{v,Rd} = 120 \text{ kN} \text{ en } Q_{Ed} > F_{b,Rd} = 127 \text{ kN}$$

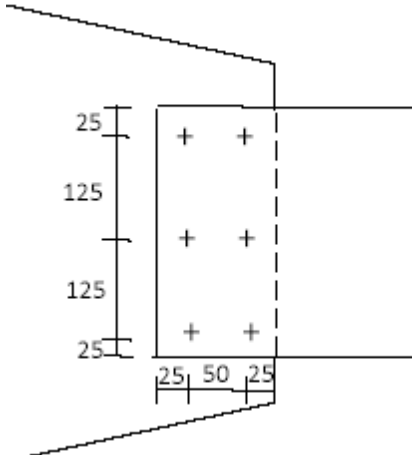
De bouten hebben dus onvoldoende weerstand om de krachten op te nemen. Eén boutenrij voldoet dus blijkbaar niet. We proberen een tweede schikking ditmaal met twee rijen van elk 3 bouten. Om de breedte van de schetsplaat minimaal te houden, nemen we de horizontale afstand tussen de rijen $p_h = 50 \text{ mm}$. De verticale afstand tussen twee bouten in een rij is nu:

$$p_v = \frac{300 - 2 \cdot e}{3 - 1} = \frac{300 - 2 \cdot 25}{3 - 1} = 125 \text{ mm}.$$

Er grijpt in dit geval opnieuw een verticale kracht en een moment aan in het zwaartepunt van de boutengroep. Dit zwaartepunt ligt nu echter niet meer op dezelfde positie, waardoor het moment ook een andere waarde zal hebben:

$$F_{Ed} = 100 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = 100 \text{ kN} \cdot (500 - e - \frac{p_h}{2}) = 100 \text{ kN} \cdot 450 \text{ mm} = 45000 \text{ kNmm}$$



De verticale kracht onderwerpt alle bouten opnieuw aan eenzelfde verticale belasting:

$$Q_{V1,Ed} = \frac{F_{Ed}}{6} = \frac{100}{6} = 16,7 \text{ kN}$$

Doordat de bouten nu in twee rijen geplaatst worden, zal de kracht in de bouten door het moment niet meer horizontaal zijn, maar zowel een horizontale als een verticale component hebben. Opnieuw zijn de bovenste en onderste bouten het zwaarst belast, dus becijferen we de componenten voor deze bouten:

$$Q_{V2,Ed} = \frac{M x_i}{\sum r_i^2} \text{ en } Q_{H2,Ed} = \frac{M y_i}{\sum r_i^2}$$

Waarbij

$$\sum r_i^2 = 2 \cdot (p_h / 2)^2 + 4 \cdot \left((p_h / 2)^2 + (p_v)^2 \right) = 2 \cdot \left(\frac{50}{2} \right)^2 + 4 \cdot \left(\left(\frac{50}{2} \right)^2 + 125^2 \right) = 66250 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow Q_{V2,Ed} = \frac{45000 \cdot 50 / 2}{66250} = 16,9 \text{ kN} \text{ en } Q_{H2,Ed} = \frac{45000 \cdot 125}{66250} = 84,9 \text{ kN}$$

De resulterende kracht in de uiterste bouten wordt dus:

$$Q_{Ed} = \sqrt{(Q_{V1,Ed} + Q_{V2,Ed})^2 + Q_{H2,Ed}^2}$$

$$= \sqrt{(16,7 + 16,9)^2 + 84,9^2} = 91,3 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow Q_{Ed} < F_{v,Rd} = 120 \text{ kN} \text{ en } Q_{Ed} < F_{b,Rd} = 127 \text{ kN}$$

Het ontwerp met twee boutenrijen van 3 bouten is dus ok. We bepalen nu nog de minimale dikte van de schetsplaat door uit te drukken dat ze een voldoende stuwweerstand moet hebben:

$$F_{bp,Rd} = 2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t_p / \gamma_{M2} = 2,5 \cdot 0,463 \cdot 430 \cdot 16 \cdot t_p / \gamma_{M2} \equiv Q_{Ed} = 91,3 \text{ kN}$$

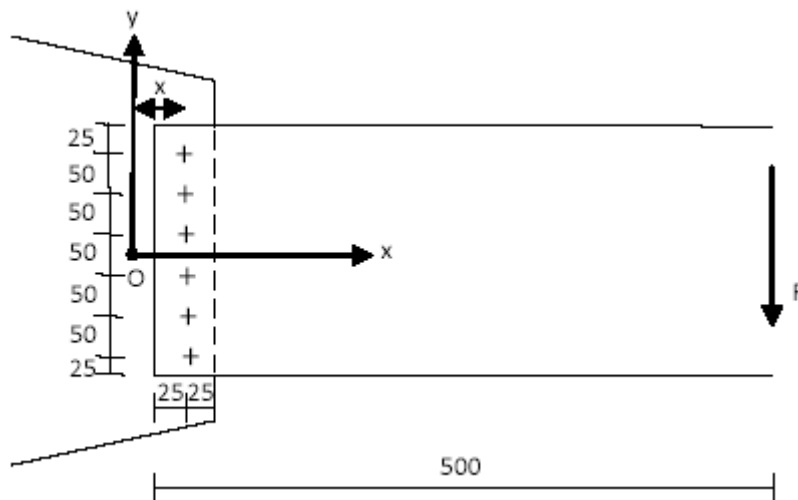
$$\Rightarrow t_p = \frac{91,3 \cdot 10^3 \cdot 1,25}{2,5 \cdot 0,463 \cdot 430 \cdot 16} = 14,3 \text{ mm} \Rightarrow t_p = 15 \text{ mm}$$

b) Plastische berekening

Opnieuw controleren we eerst de schikking met één rij van 6 bouten. De boutkrachten zijn allemaal gelijk gesteld aan de plastische sterkte:

$$Q_{Rd} = \min \{F_{b,Rd}, F_{v,Rd}\} = \min \{120,5 \text{ kN}, 127 \text{ kN}\} = 120,5 \text{ kN}$$

We bepalen het rotatiecentrum van de boutenconfiguratie. Dit punt O ligt op de symmetrielijijn, op een afstand x links van de boutenrij.



De afstand r tussen O en de kracht F is:

$$r = (500 - e) + x = 475 + x$$

De plaats van het rotatiecentrum O en dus de afstand x wordt bepaald met de evenwichtsvergelijkingen (zie formule (43) in de cursus pg. 4.56):

$$\text{Verticaal evenwicht: } Q_{i,Rd} \cdot \sum_i \cos \alpha_i = V_{Rd}$$

$$\text{Rotatie evenwicht: } Q_{i,Rd} = \frac{r \cdot F_{Rd}}{\sum r_i}$$

De vergelijking van het verticale evenwicht kunnen we met behulp van de rotatie evenwichtsvergelijking en volgende twee betrekkingen

$$V_{Rd} = F_{Rd} \cdot \cos \beta$$

$$\sum_i \cos \alpha_i = \sum_i \frac{x_i}{r_i}$$

omvormen tot:

$$\frac{r \cdot F_{Rd}}{\sum r_i} \cdot \sum \frac{x_i}{r_i} = F_{Rd} \cdot \cos \beta \Rightarrow r \cdot \frac{\sum x_i}{\sum r_i} = \cos \beta \quad (\text{zie ook formule (44) in de cursus pg 4.56})$$

In dit geval hebben we een verticaal aangrijpende kracht, dus is $\cos \beta = 1$.

Om deze uitdrukking nu te kunnen omvormen naar x , moeten alle afstanden x_i en r_i bepaald worden.

We nummeren hiertoe de bouten als volgt:

5	+
3	+
1	+
2	+
4	+
6	+

$$1) \left. \begin{array}{l} x_1 = x \\ y_1 = p/2 = 25 \end{array} \right\} \Rightarrow r_1 = \sqrt{x^2 + 25^2}$$

$$2) \left. \begin{array}{l} x_2 = x \\ y_2 = -p/2 = -25 \end{array} \right\} \Rightarrow r_2 = \sqrt{x^2 + 25^2} = r_1$$

$$3) \left. \begin{array}{l} x_3 = x \\ y_3 = p + p/2 = 75 \end{array} \right\} \Rightarrow r_3 = \sqrt{x^2 + 75^2}$$

$$4) \left. \begin{array}{l} x_4 = x \\ y_4 = -(p + p/2) = -75 \end{array} \right\} \Rightarrow r_4 = r_3$$

$$5) \left. \begin{array}{l} x_5 = x \\ y_5 = 2 \cdot p + p/2 = 125 \end{array} \right\} \Rightarrow r_5 = \sqrt{x^2 + 125^2}$$

$$6) \left. \begin{array}{l} x_6 = x \\ y_6 = -(2 \cdot p + p/2) = -125 \end{array} \right\} \Rightarrow r_6 = r_5$$

De uitdrukking wordt dus:

$$r = \frac{\sum x_i / r_i}{\sum r_i} = 1 \Rightarrow (475 + x) \frac{\frac{2x}{\sqrt{x^2 + 25^2}} + \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 75^2}} + \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 125^2}}}{2\sqrt{x^2 + 25^2} + 2\sqrt{x^2 + 75^2} + 2\sqrt{x^2 + 125^2}} = 1 \Rightarrow x = 7,91 \text{ mm}$$

De maximaal opneembare kracht F_{Rd} van de boutengroep bepalen we dan met de vergelijking voor het rotatie evenwicht:

$$F_{Rd} = \frac{Q_{i,Rd} \cdot \sum r_i}{r} = \frac{120,6 \text{ kN} \cdot (r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6)}{475 - x} = 113 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow F_{Rd} > F_{Ed} = 100 \text{ kN} \Rightarrow \text{OK!}$$

Volgens een plastische berekening is het ontwerp met één boutenrij van 6 bouten dus ok.

Als laatste bepalen we dan nog de dikte van de schetsplaat (volgt opnieuw uit de uitdrukking van de stuikdrukweerstand van de schetsplaat):

$$F_{bp,Rd} = 2,5 \cdot \alpha \cdot f_u \cdot d \cdot t_p / \gamma_{M2} \equiv Q_{Rd} = 120,5 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow t_p = \frac{120,5 \cdot 10^3 \cdot 1,25}{2,5 \cdot 0,463 \cdot 430 \cdot 16} = 18,9 \text{ mm} \Rightarrow t_p = 19 \text{ mm}$$